EUCLIDES

vakblad voor de wiskundeleraar

september 07 nr 1 jaargang 83



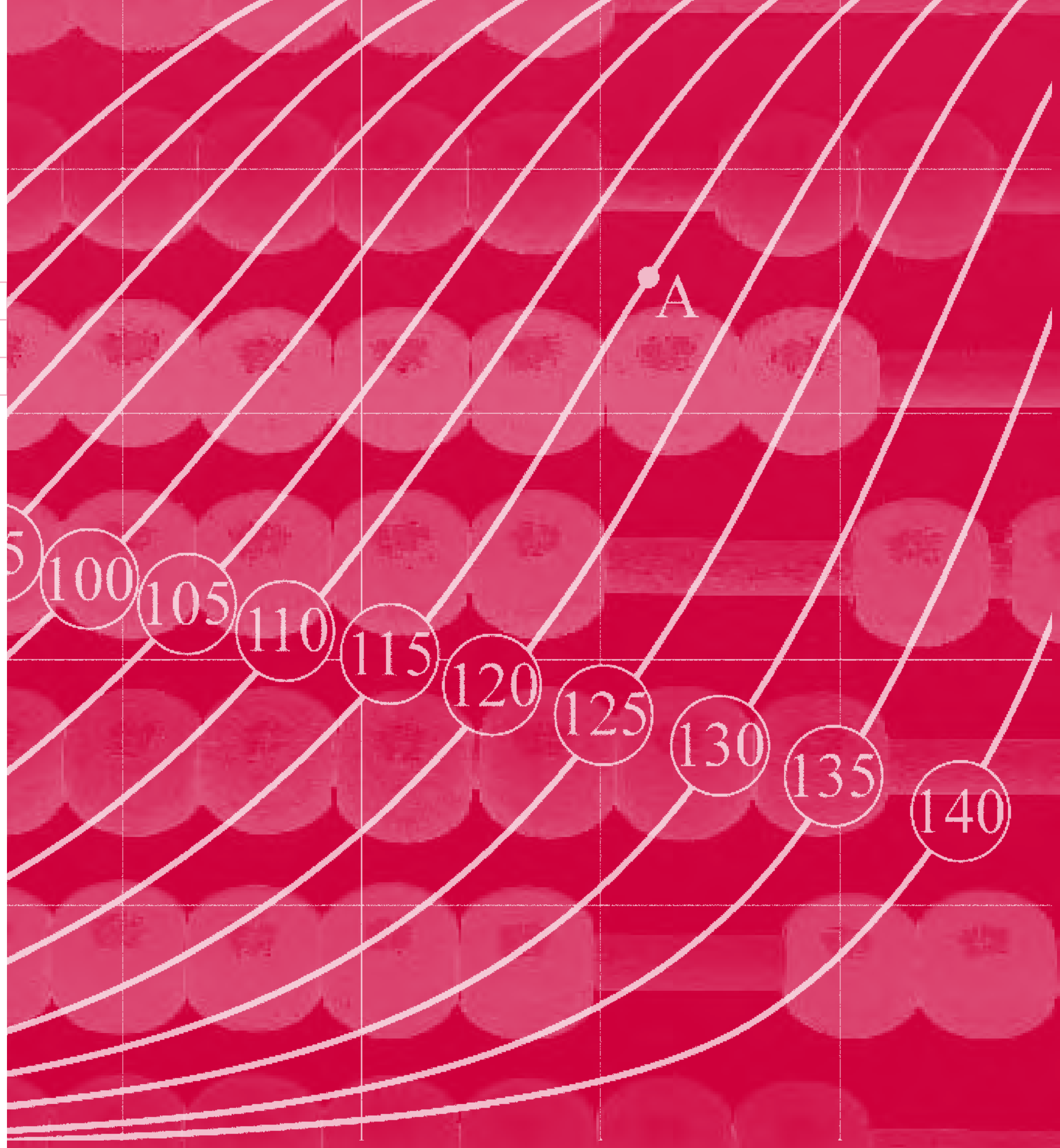


Orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

COLOFON

september
07
nr 1
jaargang 83

Euclides is het orgaan van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren.
Het blad verschijnt 8 maal per verenigingsjaar.
ISSN 0165-0394



Inzendingen bijdragen

Artikelen/mededelingen naar de hoofdredacteur: Marja Bos, Koematen 8, 7754 NV Wachtum
E-mail: redactie-euclides@nvvw.nl

Richtlijnen voor artikelen

Tekst liefst digitaal in Word aanleveren; op papier in drievoud. Illustraties, foto's en formules separaat op papier aanleveren: genummerd, scherp contrast.
Zie voor nadere aanwijzingen: www.nvvw.nl/euclricht.html

Realisatie

Ontwerp en vormgeving, fotografie, drukwerk en mailingservices
De Kleuver bedrijfscommunicatie b.v.
Veenendaal, www.de-kleuver.nl

Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren

Website: www.nvvw.nl

Voorzitter

Marian Kollenveld,
Leeuwendaallaan 43, 2281 GK Rijswijk
Tel. (070) 390 63 78
E-mail: m.kollenveld@nvvw.nl

Secretaris

Wim Kuipers,
Waalstraat 8, 8052 AE Hattem
Tel. (038) 444 70 17
E-mail: w.kuipers@nvvw.nl

Ledenadministratie

Elly van Bemmel-Hendriks,
De Schalm 19, 8251 LB Dronten
Tel. (0321) 31 25 43
E-mail: ledenadministratie@nvvw.nl

Lidmaatschap

Het lidmaatschap van de NVvW is inclusief Euclides.
De contributie per verenigingsjaar bedraagt voor
- leden: € 50,00
- leden, maar dan zonder Euclides: € 35,00
- studentleden: € 26,50
- gepensioneerden: € 35,00
- leden van de VVWL: € 35,00

Bijdrage WwF (jaarlijks): € 2,50
Betaling per acceptgiro. Nieuwe leden dienen zich op te geven bij de ledenadministratie.
Opzeggingen moeten plaatsvinden vóór 1 juli.

Abonnementen niet-leden

Abonnementen gelden steeds vanaf het eerstvolgende nummer.
Niet-leden: € 55,00
Instituten en scholen: € 140,00
Losse nummers zijn op aanvraag leverbaar: € 17,50
Betaling per acceptgiro.

Advertenties en bijsluiters

De Kleuver bedrijfscommunicatie bv:
t.a.v. Ada Valkenburg
Kerkewijk 63, 3901 EC Veenendaal
Tel. (0318) 555 075
E-mail: a.valkenburg@de-kleuver.nl

Kort vooraf [Marja Bos]

Terugblikken op de examens

De meeste pagina's van dit eerste nummer van de nieuwe jaargang zijn traditiegetrouw gewijd aan de recente examens van vmbo, havo en vwo. We hebben in dit extra dikke nummer ook ruimte gemaakt voor een paar actuele bijdragen die geen directe relatie met de examens hebben, maar de meeste pagina's. De redactie hoopt u in dit digitale tijdperk daar nog steeds een plezier mee te doen, anders horen we het graag! Sowieso vind ik feedback van lezers op de inhoud van Euclides bijzonder nuttig.
In het openingsartikel doen de Cito-examenmakers weer uitgebreid verslag van 'hun' product en de daaruit voortgevloeide resultaten.
Daarnaast kunt u lezen hoe collega's tegen sommige examens aankeken.
Fred Kloppenborg vindt dat het vmbo-wiskunde-examen voor de kaderberoepsgerichte leerweg geen recht deed aan zijn leerlingen, en evenmin aan zijn onderwijs. Hij had na afloop van het examen zeer met zijn kandidaten te doen. De cijfers werden uiteindelijk met een extreem hoge N-term (2,5) opgewaardeerd.
Frank van den Heuvel had de afgelopen twee jaar een havo-B12-groep. Hij kijkt terug op die tijd, en neemt in dat licht het havo-B12-examen onder de loep.
André Overbeeke, van te voren door ons uitgenodigd om Compex wiskunde A vwo tegen het licht te gaan houden, werd opnieuw teleurgesteld in dit COMPuterEXamen.
Een andere inzending betrof de tweede correctie; W.H. Brummelhuis wil zijn zorgen over de kwaliteit daarvan met u delen.
Op de Verenigingspagina's vindt u tot slot het jaarlijkse verslag van de regionale examenbesprekingen, georganiseerd door de NVvW.

Veldraadplegingen

Afgelopen week organiseerde de SLO veldraadplegingen over de nieuwe havo- en vwo-programma's '2011' voor wiskunde A, B, C en D. Mogelijk is de aankondiging van deze bijeenkomsten u ontgaan; gelukkig is er nog (kort!) gelegenheid om op de conceptprogramma's te reageren via de website van cTWO, *www.ctwo.nl.*

Canons

De canon van neerlandicus Frits van Oostrom heeft heel wat teweeg gebracht. Zo initieerde de Volkskrant een bèta-canon, voorlopig nog elke zaterdag te vinden in het Kennis-katern.
Anne van Streun pleitte in ons juni-nummer voor een canon van de algebra, waarin de 'vensters' (parate kennis) worden ingebed in een zinvol en samenhangend netwerk van begrippen en toepassingen. Als voorbeeld noemde hij het verwoorden in algebrataal van rekenkundige relaties tussen variabelen.
Inmiddels is er ook een andersoortige canon van de wiskunde verschenen, *www.wiskundecanon.nl,* opgezet door Johannes Lok en Wiggert Loonstra, studenten aan de Universiteit Utrecht - een lijst van belangrijke wiskundigen uit de wereldgeschiedenis. Een aardige bron voor leerlingen en docenten!

Olympiade

Afgelopen zomer behaalde het Nederlandse team tijdens de Internationale Wiskunde Olympiade (IMO) in Hanoi een bronzen medaille (Wouter Zomervrucht) en drie eervolle vermeldingen.
Het klassement van de 93 deelnemende landen werd aangevoerd door Rusland; Nederland bereikte de 56e plaats.
Leuk nieuwtje: de IMO wordt in 2011 voor het eerst in Nederland gehouden!

Studiedag/jaarvergadering 10 november

'Relevante wiskunde', dat is dit jaar het thema van de NVvW-studiedag. Het aanbod van interessante lezingen en werkgroepen is weer groot, dankzij de vele vrijwilligers die dit op zich nemen. Nooit eerder aan de jaarlijkse studiedag deelgenomen? Probeer het eens; zeer aanbevolen! Tijdens de jaarvergadering kunt u uiteraard weer uw ideeën en zorgen over het Nederlandse wiskunde-onderwijs en de beroepsgroep van wiskundedocenten aankaarten bij het bestuur van de Vereniging. Het programma van deze dag vindt u op de Verenigingspagina's vanaf pagina 46. U kunt zich tot 19 oktober inschrijven!

Inhoud

Rectificatie Euclides 82-8

In het artikel 'Van Melsen Prijs 2007' is de naam van een prijswinnaar onjuist weergegeven.
Op pag. 319, links, regel 18 en 19 v.o., moet staan *Bruno van Albada.*

Wiskunde-examens 2007, 1e tijdvak

[Anita de Bruijn, Kees Lagerwaard, Ger Limpens, Paul van der Molen, Melanie Steentjes en Gerard Stroomer]

In dit overzichtsartikel treft u de verzamelde bijdragen van de verschillende Cito-medewerkers aan. De bijdragen over de diverse wiskunde-examens worden voorafgegaan door een algemener gedeelte met daarin een overzicht van de diverse bij de eerste tijdvakken wiskunde-examens 2007 [1] uiteindelijk vastgestelde N-termen, onvoldoendepercentages en bijbehorende gemiddeldes.
Zie pagina 15 e.v. voor de tabellen.

Dank

Ook dit jaar weer hebben veel docenten zich – ondanks de soms grote tijdsdruk als gevolg van een ongelukkige combinatie van verschillende wiskundevakken die gecomprimeerd tegen het einde van de examenperiode afgenomen werden – nauwgezet van hun correctietaak gekweten en direct daarna de resultaten daarvan via WOLF aan Cito doorgegeven. Om de analyses te maken op grond waarvan de N-termen bepaald worden, zijn deze gegevens van groot belang. Ook de uitkomsten van de regionale examenbesprekingen zowel in de vorm van verslagen als van enquêtes geven ons steeds veel informatie waarmee we de recente examens goed kunnen analyseren. Bij dezen een woord van dank aan iedereen die daaraan op de een of andere wijze heeft meegewerkt. Leden van de CEVO-vaksecties wiskunde, leden van constructiegroepen wiskunde en niet in het minst de toetsdeskundigen wiskunde van Cito zijn allen erg afhankelijk van deze verschillende vormen van feedback bij hun streven iets te leren van de recente examenervaringen.
Overigens is dit misschien ook wel de plaats om de vrees uit te spreken dat de interesse om deel te nemen aan met name die regionale vergaderingen gestaag lijkt af te nemen. Mocht die trend zich doorzetten, dan zal ongetwijfeld het moment nabij zijn dat de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren zich gaat bezinnen op deze besprekingen. Als het gevolg daarvan zou zijn dat we deze informatie (of vergelijkbaar) niet meer tot onze beschikking zouden hebben, dan zou dat erg jammer zijn.

Forum

Van het Forum op de internetsite van de NVvW wordt in toenemende mate gebruik gemaakt. Ook de examenmakers kijken daar in examentijden uiteraard regelmatig om te zien welke kanttekeningen het veld maakt bij hun examens. Ook dat is voor allen een leerzame ervaring. De eerlijkheid gebiedt ons te zeggen dat er, behalve een verzameling terechte kanttekeningen bij formuleringen in examens en correctievoorschriften, ook een forse hoeveelheid opmerkingen van aan-wal-staande stuurlui te vinden is. Je zou soms denken dat het storm zou lopen op het moment dat Cito weer eens een vacature voor een constructiegroep meldt (nagenoeg jaarlijks aan te treffen in uw landelijke dagblad en tegenwoordig ook in de WiskundE-brief). Dat is meestal niet het geval…
Ook – en dat is misschien wel betreurenswaardiger – zijn er opmerkingen op de betreffende forumpagina's te vinden die (in de meest optimistische interpretatie) getuigen van een wel erg snelle wens tot reageren. Iets langer nadenken zou een aantal respondenten wellicht kunnen beperken in de veelheid van hun uitingen. De interpretatie dat sommige van deze reacties niet ingegeven zouden zijn door de wens tot snel reageren, maar veroorzaakt zouden worden door een niet altijd al te diepgravende vakkennis is hier en daar ook al geuit, maar is voorshands niet de onze.

Aantallen leerlingen bij de verschillende examens

In tabel 1 [Leerlingenaantallen 2007] treft u de verschillende opgegeven deelnemersaantallen bij de examens 2007 aan (***zie pag. 15 e.v.***). In deze aantallen zit ook dit jaar weer een zekere onnauwkeurigheid. Het feitelijk aantal kandidaten is altijd enkele procenten lager dan het opgegeven (en in de tabel vermelde) aantal, omdat scholen nog steeds een zekere veiligheidsmarge in hun bestellingen inbouwen.

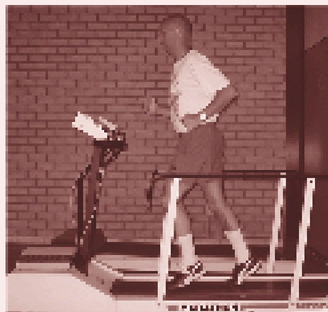
Verzamelde N-termen

In tabel 2 [Verzamelde N-termen] treft u de diverse N-termen aan zoals ze dit jaar zijn vastgesteld. De in de tabel opgenomen N-termen worden in de bijdragen over de diverse examens wiskunde nogmaals vermeld. Verder treft u daar ook de bij de verschillende vragen gescoorde p'-waarden aan. Voor de goede orde bij dezen de definitie van dit begrip: *de p'-waarde van een vraag drukt de gemiddelde score uit in een percentage van de maximale score van die vraag.*

VMBO BB
[Anita de Bruijn]

Voor het reguliere centraal schriftelijke examen scoorden de kandidaten uit de steekproef gemiddeld 26 van de 50 punten. De CEVO heeft de N-term vastgesteld op 1,7 met een correctie van 0,2 voor vraag 11. Hiermee kwam het gemiddeld cijfer op 6,6 en het percentage onvoldoende op 23. Voor een vergelijking met andere jaren ***zie tabel 3*** [VMBO BB vanaf 2003]. ***In tabel 4*** [VMBO BB 2007] zijn de gegevens per vraag verwerkt.
De eerste opgave *Munten sparen* was een opgave uit het domein rekenen. Door de lage scores van de kandidaten uit de steekproef op de vragen 4 en 5 viel de p'-waarde van de opgave als geheel tegen. Bij vraag 4 binnen deze opgave, waarin de kandidaten het gespaarde bedrag vanuit een gegeven aantal munten met de verhouding 2 : 1 moesten berekenen, behaalde 30% van de kandidaten uit de steekproef de maximale score van 3 punten. Voor 56% van de

Hartslag



Als je gaat sporten, is het verstandig dat je je maximale hartslag weet.
De maximale hartslag hangt af van de leeftijd.
De onderstaande vuistregel wordt gebruikt om de maximale hartslag voor mannen te berekenen.

maximale hartslag = 220 − *leeftijd*

Hierin is *maximale hartslag* het aantal hartslagen per minuut en *leeftijd* in jaren.

1p 13 Mark is 40 jaar oud.
→ Wat is volgens bovenstaande vuistregel de maximale hartslag van Mark?
Schrijf hieronder je antwoord op.

3p 14 De maximale hartslag kan ook via een test bepaald worden.
Dirk, een vriend van Mark, legt zo'n test af.
Na de test weet Dirk dat zijn maximale hartslag 174 is.
→ Bereken hoe oud Dirk volgens bovenstaande vuistregel zou zijn.
Schrijf hieronder je berekening op.

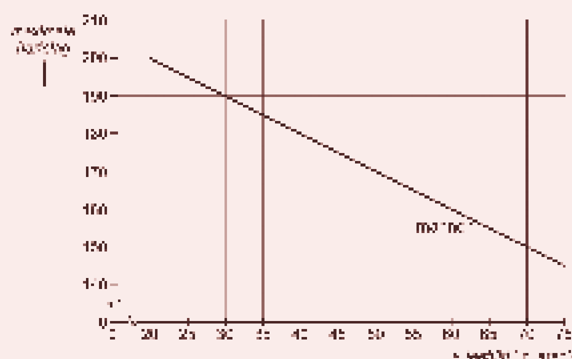
Bij vrouwen geldt een soortgelijke vuistregel als bij mannen, namelijk:

maximale hartslag = 225 − *leeftijd*

Hierin is maximale hartslag het aantal hartslagen per minuut en leeftijd in jaren.

[illegible] 15 In het assenstelsel hieronder is de grafiek die hoort bij de vuistregel voor mannen getekend.
→ Teken in dit assenstelsel de grafiek die bij de vuistregel voor vrouwen hoort.
Je mag de tabel die hieronder staat gebruiken.

maximale hartslag (in aantal hartslagen per minuut)	20	30	40	50	60	70
leeftijd (in jaren)						



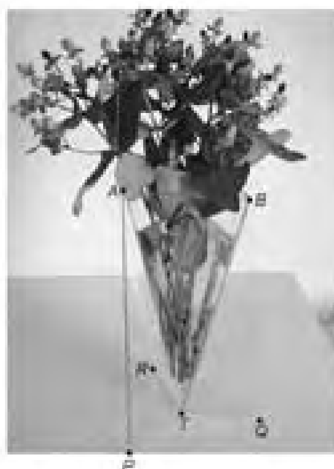
figuur 1 VMBO-BB

kandidaten uit de steekproef was het een te lastige klus. Zij behaalden namelijk geen enkel punt voor deze vraag.
De vraagstelling bij vraag 5 heeft achteraf bezien veel kandidaten op het verkeerde been gezet. Uit reacties die binnen gekomen zijn, blijkt dat BB-leerlingen bij de vraag ‘Wie van de twee zusjes zal door te sparen het eerst haar bedrag na 3 maanden verdubbeld hebben?’ als antwoord ‘Anne’ of ‘Jasmijn’ willen geven. Veel van deze leerlingen komen niet op het idee dat het bij allebei ook even lang kan duren.
De eerste twee vragen van de opgave *Champagnetoren* waren voor de meeste kandidaten uit de steekproef geen probleem. Met de derde vraag hadden de kandidaten ondanks de opstap van vraag 7 meer problemen dan de examenmakers vooraf hadden voorzien.
Bij de opgave *Kippenhok* was er bij vraag 11 kritiek op de vraagstelling. De critici vonden dat er 2,4 m^2 aan materiaal nodig was om het puntdak te bedekken en dat er 3 m^2 gekocht moest worden. Volgens die critici moest de maximale score van 3 punten toegekend worden aan het antwoord 2,4 in plaats van 3. Bij vraag 11 werd echter niet naar de oppervlakte van het puntdak gevraagd, maar naar de hoeveelheid materiaal om het puntdak te bedekken. De oppervlakte van het puntdak was 2,4 m^2. Het materiaal werd verkocht per hele m^2. Er was dus 3 m^2 nodig. Achteraf bezien had in de eerste zin van de stam beter kunnen staan dat ‘Hetty op zoek ging naar materiaal om het *punt*dak te bedekken’ in plaats van ‘materiaal om het dak te bedekken’. Het dak was namelijk groter dan alleen het puntdak. Er was ook nog een stuk plat dak. Als kritiek kon aangedragen worden dat er pas afgerond ging worden nadat de totale oppervlakte van het dak uitgerekend was. De N-termcorrectie ter grootte van 0,2 stond hiermee in verband.
Vraag 11 is door de kandidaten het slechtst gemaakt. Slechts 3% van de kandidaten uit de steekproef behaalde de maximale score van 3 punten en 78% scoorde geen enkel punt bij deze vraag. Een oorzaak voor de slechte score moet misschien gezocht worden in het feit dat in het land ten onrechte de gedachte leeft dat de benodigde woordformules bij de vragen vermeld moeten worden. Voor vraag 11 zou dat betekenen dat de formule voor de oppervlakte van een driehoek gegeven had

moeten zijn. Wie het examenprogramma er echter op na slaat, kan onder andere lezen dat de kandidaten de oppervlakte en omtrek van een driehoek, rechthoek en figuren die daaruit samengesteld zijn gewoon moeten kunnen berekenen zonder dat de woordformules gegeven zijn. De toetsenmakers hebben zich dus netjes aan het examenprogramma gehouden.
Bij de opgave *Hartslag* (***zie figuur 1***) is helaas een fout in de tabel bij vraag 15 blijven staan. Via een aanvulling op het correctievoorschrift is de correctoren gemeld aan vraag 15 altijd de maximale score van 2 punten toe te kennen.
Bij vraag 18, van de opgave *Studeerkamer*, moesten de kandidaten berekenen hoeveel graden de stompe hoek was die de tafelpoot met het tafelblad maakte. Het antwoord op deze vraag moest berekend worden door gebruik te maken van de kennis over 'eigenschappen van hoeken'. Op deze manier bezig zijn met het begrip hoek was relatief nieuw op een examen, maar wel gewoon examenstof. De gevraagde vaardigheid van vraag 19, de lengte opmeten in een tekening en daarna met behulp van de gegeven schaal de werkelijke lengte berekenen, is vaker in een examen voorgekomen. De kandidaten zouden er dus mee bekend moeten zijn. Het hoge percentage van 55 voor de nul-score was daardoor opvallend.
De opgave *Besproeien van planten* is door de kandidaten uit de steekproef het slechtst gemaakt. De eerste vraag uit deze context was voor de kandidaten uit de steekproef nog wel te doen. De echte problemen kwamen bij de laatste twee vragen. Was tijdgebrek voor de kandidaten het probleem of was de grote hoeveelheid informatie het struikelblok waardoor de kandidaten niet wisten hoe aan deze twee vragen te beginnen? Dat laatste zal voor de examenmakers zeker een aandachtspunt zijn tijdens de productie van nieuwe opgaven.

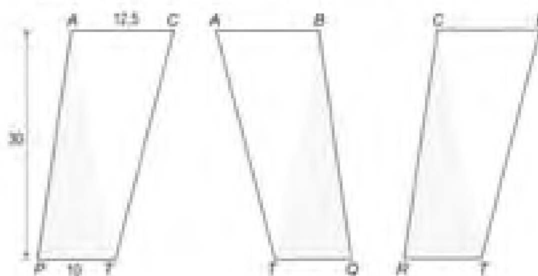
Vaas

Hieronder staat een foto van een vaas en daarnaast de schematische tekening van deze vaas.



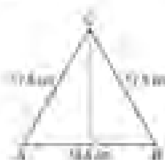


De vaas bestaat uit drie kunststof plaatjes. Deze plaatjes *PTCA*, *TQBA* en *RTBC* zijn even groot en zo tegen elkaar gelijmd dat *T ABC* een piramide is met een gelijkzijdige driehoek *ABC* als grondvlak.



Alle kunststof plaatjes zijn 30 cm hoog.
De lengte van *AC* is 12,5 cm en de lengte van *PT* is 10 cm.

De bovenkant van de vaas is een gelijkzijdige driehoek *ABC* met zijden van 12,5 cm.



10 Laat met een berekening zien dat de hoogte van driehoek *ABC* ongeveer 10,83 cm is.

11 Laat met een berekening zien dat de oppervlakte van driehoek *ABC* ongeveer 67,7 cm^2 is.

figuur 2 VMBO-KB

Naast schriftelijk is het centraal BB-examen voor wiskunde evenals de twee voorgaande jaren ook digitaal afgenomen. Het aantal deelnemende scholen in de pilot was ten opzichte van vorig jaar verdubbeld waardoor het totaal op 200 kwam. De scholen hadden voor de eerste afname de beschikking over zes varianten. Daarnaast waren er nog drie varianten beschikbaar voor de kandidaten die gebruik maakten van de herkansingsregeling. In tegenstelling tot andere deelnemende vakken aan de pilot was de tijdsduur van het wiskunde-examen 90 minuten.
De intentie was om voor alle negen varianten dezelfde N-term vast te stellen. Tijdens de analyses van de resultaten van de kandidaten bleek echter, dat één van de varianten significant moeilijker was dan de overige varianten. Dit is later verrekend door middel van een aanpassing. Voor alle varianten werd de N-term vastgesteld op 1,9. Bij de significant moeilijker variant moesten de scores van de kandidaten met 3 scorepunten verhoogd worden voordat de toepassing van de N-term tot een cijfer leidde.
In tabel 5 [VMBO BB 2007 digitaal] zijn de gegevens van de vragen verwerkt die horen bij de digitale versie van de context *Hartslag*.
De eerste twee vragen van de digitale versie waren identiek aan de reguliere papieren

versie. Bij de derde vraag van de digitale versie moesten de kandidaten het antwoord vinden op twee beweringen die hoorden bij de getekende grafieken. De maximale score van deze vraag was 1 punt. Dit betekende dat de kandidaten beide beweringen goed beantwoord moesten hebben om de score van 1 te behalen. Hierdoor behaalde 41% van de kandidaten geen enkel punt voor deze vraag. Bij de laatste vraag van deze context in de digitale versie moesten de kandidaten het percentage met behulp van de schuifbalk veranderen. Door het gebruik van een schuifbalk kan de kandidaat verschillende grafieken bekijken. Dit gebruik van de schuifbalken breidt het scala aan mogelijkheden om iets te doen aan de vaardigheid 'aflezen uit een grafiek' in onze ogen op een prettige manier uit.

VMBO KB en GL/TL [Melanie Steentjes]

Het niveau van de vmbo-examens voor zowel kaderberoeps (KB) als gemengde leerweg/theoretische leerweg (GL/TL) werd dit jaar door leerlingen en docenten erg hoog gevonden. Leerlingen klaagden massaal bij het LAKS. Bij de GL/TL-examens kreeg het examen wiskunde dit jaar 28% van alle klachten. Bij de KB-examens was dit maar liefst 45%. Traditiegetrouw kwamen er weinig reacties op het forum van de NVvW over het KB-examen. Docenten die het forum wisten te vinden, klaagden wel allemaal over het (te) hoge niveau van het examen. Bij GL/TL waren de reacties iets positiever. Ook hier vond met het examen duidelijk lastiger dan vorig jaar, maar men leek hier in het algemeen niet ongelukkig mee te zijn.
Bij de examenbesprekingen kwam verder naar voren dat men de leesbaarheid van beide examens slecht vond. Er is dit jaar geprobeerd om de leesbaarheid van beide examens te verbeteren door bijvoorbeeld zoveel mogelijk overbodige tekst te schrappen. Minder tekst bij contextrijke wiskunde wordt lastig. Het enige dat de leesbaarheid nog lijkt te kunnen vergroten, is het introduceren van kale, contextloze opgaven.
Ook blijken sommige docenten nog niet te weten welke meetkundige formules nu wel gegeven worden op het examen en welke niet. In het examenprogramma is dit heel duidelijk terug te vinden. Hierin staat dat leerlingen de omtrek en oppervlakte van een cirkel en de inhoud van prisma, kegel, piramide, bol en cilinder moeten kunnen berekenen met *gegeven* (woord)formules. De oppervlakte van een driehoek of de inhoud van een balk moeten leerlingen kunnen berekenen zonder gegeven (woord)formules. Vanaf komend jaar wordt de wisseling tussen statistiek en meetkunde bij het Centraal Examen afgeschaft. Dan zal steeds het domein meetkunde bij het Centraal Examen worden getoetst. Wellicht raakt men op die manier meer vertrouwd met de gegeven formules en behoren onduidelijkheden hierover dan tot het verleden. We bekijken beide examens nader.

VMBO KB

Het KB-examen wiskunde bevatte 25 vragen waarmee in totaal 79 punten behaald konden worden. ***In tabel 6*** [VMBO KB 2007] is een overzicht van p'-waarden per vraag te vinden.
Het examen startte met de context *Helikopter* (***zie pag. 18***). Dat bleek met een gemiddelde p'-waarde van 46,3 geen makkelijke startopgave. De context *Sauna* of de context *Volleybal* was bij nader inzien beter geweest als startopgave. Vooral de laatste vraag, waarin de toename van het bereikbare gebied berekend moet worden bij een nieuw type helikopter, werd slecht gemaakt.
De volgende context, *Volleybal*, scoorde beter. Wel was opvallend dat de eerste vraag relatief moeilijk werd gevonden. Maar liefst 43% van de leerlingen wist hier geen enkel punt te scoren. Om het antwoord te vinden moest 0 ingevuld worden in een gegeven formule. Waarschijnlijk zat de moeilijkheid hier in het vertalen van de context naar wiskunde. Iets dergelijks leek ook te spelen bij vraag 7.
De context *Vaas* scoorde zeer matig (***zie figuur 2***). Een veelgehoorde klacht betrof de onduidelijkheid van de foto. Hierdoor was het voor leerlingen lastig om zich een voorstelling van de vaas te maken. Er is bij deze context geen enkele vraag met een p'-waarde van meer dan 40. Dit wekt vooral verbazing bij vraag 10 en vraag 11. Relatief veel leerlingen sloegen deze vragen over. Bij vraag 10 moest de hoogte van een gelijkzijdige driehoek berekend worden en bij vraag 11 moest vervolgens de oppervlakte van deze driehoek berekend worden. Het lijken beide standaardvragen. Ook zijn in beide gevallen de antwoorden in de vraag gegeven. Waar hier de moeilijkheid in zit voor leerlingen, blijft gissen. Het kan niet de vertaling vanuit de context zijn, de driehoek is namelijk gegeven en getekend. Wellicht vinden leerlingen het lastig als het antwoord al gegeven is in de vraag. Of ze weten niet hoe ze de oppervlakte van een driehoek moeten berekenen. Vraag 12 (inhoud van de vaas berekenen) werd als moeilijkste vraag bij deze context ervaren met een p'-waarde van 17. Op het correctievoorschrift bij deze vraag volgde overigens nog een erratum. Gezien de context is '0,6 liter' het juiste antwoord. Het antwoord '0,7 liter' mocht ook goed gerekend worden. De laatste vraag, een inzichtvraag over het verband tussen de tijd en de waterhoogte tijdens het vullen van de vaas, scoort redelijk (p'-waarde van 31).
Temperatuur in de sauna scoorde met een gemiddelde p'-waarde van 60,3 het beste in dit examen. Vraag 15 bleek de lastigste vraag van deze context. Bij deze vraag moesten leerlingen een formule maken die het verband beschrijft tussen de hoogte en de temperatuur. De volgende vraag scoorde het beste van het hele examen. Er moest een grafiek getekend worden die 10 graden boven de gegeven grafiek ligt. Maar liefst 88% van de leerlingen scoorde hier alle punten.
En toen volgde de context *Wandkleed* (***zie pag. 19***). De pittigste context van het hele examen. De eerste vraag (vraag 18) gaf al direct moeilijkheden omdat sommige leerlingen deze hoeknotatie (de drieletternotatie *BAD* om precies te zijn) niet bleken te kennen. Bij vraag 20 en 21 haakten leerlingen massaal af. 78% respectievelijk 81% van de leerlingen scoorde hier geen enkel punt. Op het forum en bij de examenbesprekingen kwam naar voren dat veel leerlingen bij vraag 20 met schaalrekenen aan de slag gingen vanuit de schaaltekening die ze bij vraag 19 gemaakt hadden. Omdat niet expliciet vermeld stond dat dit niet de bedoeling was, kon dit op vakinhoudelijke gronden goedgekeurd worden.
De laatste context van het examen was *Bergwandeling.* De eerste drie vragen gingen redelijk goed. Bij de laatste vraag moesten leerlingen met behulp van een hoogtelijnkaart de lengte van een kabelbaan berekenen. Dit bleek voor veel leerlingen te lastig: men sloeg deze vraag over of men scoorde geen enkel punt. Deze vraag is ook nog eens 6 punten waard. In de toekomst zullen we vragen met veel scorepunten aan het eind van een examen zoveel mogelijk vermijden. De CEVO besloot de N-term vast te stellen

op 2,5. Dat resulteerde in een examen met 29% onvoldoende en een gemiddeld cijfer van 6,2.

VMBO GL/TL

Het GL/TL-examen bestond uit 25 vragen met in totaal 83 punten. ***In tabel 7*** [VMBO GL/TL 2007] is een overzicht van p'-waarden per vraag te vinden.
De context *Volleybal* was een prettige instapopgave voor de leerlingen. Het gegeven dat Marit 1 meter achter de achterlijn staat, veroorzaakte wel enkele fouten. Vraag 3 scoorde, net als bij KB, het slechtst van deze context. Enige discussie is er nog geweest over het correctievoorschrift bij deze vraag. Er waren docenten die het onzin vonden om 1 punt af te trekken als hun leerling 0,31 meter liet staan en dit niet omschreef naar centimeter. De vraag luidt echter: 'Bereken hoeveel centimeter de afstand tussen de bal en de bovenkant van het net was.' Er wordt expliciet van leerlingen gevraagd om hun antwoord in centimeter te geven en niet in centimeter *nauwkeurig*. In het laatste geval zou 0,31 meter natuurlijk wel goedgekeurd mogen worden.
Net als bij KB werd de context *Vaas* als lastig ervaren. Opvallend bij deze context is dat er een dalende moeilijkheidsgraad zat in de vragen, terwijl het omgekeerde meestal wordt nagestreefd. Ook is het kleine verschil tussen KB en GL/TL bij vraag 5 opmerkelijk. Het berekenen van de oppervlakte van een gegeven en getekende gelijkzijdige driehoek (vraag 6) bleek ook door GL/TL-leerlingen lastig gevonden te worden. De helft van de leerlingen scoorde hier geen enkel punt. Het opstapje voor KB (eerst laten berekenen van de hoogte van de driehoek) is bij GL/TL overigens bewust weggelaten.
Bij de context *Scooters* scoorden de leerlingen zeer goed. Alle vragen bij deze context hebben een p'-waarde van meer dan 80. In de grafiek is een onnauwkeurigheid geslopen, waardoor hij niet helemaal overeenkomt met de gegeven formule. Leerlingen vonden daardoor bij vraag 12 een ander antwoord als ze berekenden in plaats van aflazen.
Ook in het GL/TL-examen is bij de context *Wandkleed* het slechtst gescoord (***zie pag. 19***). Er is veel geklaagd over de impact van deze context (22 punten) op het hele examen (83 punten). De eerste twee vragen gingen redelijk. Daarna niet meer. Bij de vragen 15 tot en met 18 wist respectievelijk 61%, 71%, 72% en 92% van de leerlingen geen enkel punt te scoren. Bij de laatste vraag behaalde maar 2% van de leerlingen het maximale aantal punten.
Gelukkig ging het bij *Garnalenteelt* een stuk beter. Rekenen met exponentiële groei bleek voor weinig leerlingen een probleem te zijn. Ook de context *Helikopter* leverde weinig problemen op. Opvallend is dat het verschil bij deze overlapopgave tussen KB en GL/TL relatief klein is. Wellicht heeft dit ermee te maken dat dit de instapopgave voor KB was en de afsluitende opgave voor GL/TL.
De CEVO besloot de N-term voor dit examen vast te stellen op 1,6. Dat resulteerde in een examen met 29% onvoldoende en een gemiddeld cijfer van 6,2.

Overlap KB en GL/TL

In totaal waren er 41 punten te behalen op de overlap van het KB- en het GL/TL-examen; ***zie tabel 8*** [VMBO Overlap KB- GL/TL]. De KB-leerlingen scoorden op de overlap een gemiddelde p'-waarde van 37,3. Voor het hele examen scoorden ze een gemiddelde p'-waarde van 41,15.
Het verschil tussen deze twee p'-waarden is relatief klein, wat betekent dat de contexten die geen overlap waren (*Sauna* en *Bergwandeling*) niet echt eenvoudig waren. Dat klopt met name voor *Bergwandeling*. Met een gemiddelde p'-waarde van 38,5 behoort deze context tot de meest pittige van het examen. Een eenvoudiger context was hier wellicht op zijn plaats geweest.
De GL/TL-leerlingen scoorden een gemiddelde p'-waarde van 49,3 op de overlap tegen een p'-waarde van 50,84 op het hele examen. Hier dus een nog kleiner verschil. De GL/TL-leerlingen scoorden dus zelfs iets slechter op de overlap dan op het gehele examen. Dat betekent dat de 'GL/TL'-contexten (*Scooters* en *Garnalenteelt*) veel te eenvoudig waren in vergelijking met de overlap. De conclusie is dat de overlap eenvoudiger had moeten zijn en de niet-overlap meer onderscheid had moeten maken tussen KB en GL/TL: gemakkelijker vragen voor KB en pittiger vragen voor GL/TL.

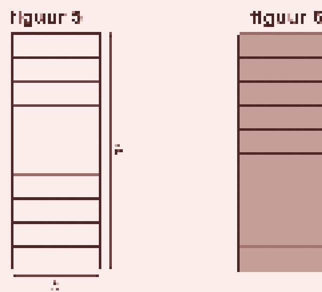
HAVO A12
[Kees Lagerwaard]

Het examen had dit jaar weer de vertrouwde omvang van vijf opgaven met in totaal 22 vragen waarvoor 83 scorepunten te behalen waren; ***zie tabel 9*** [HAVO A12 2007]. In de steekproef van ruim 2300 kandidaten kwam niemand verder dan 81 punten. Het examen werd redelijk goed ontvangen. Het aantal klachten bij het LAKS was weliswaar weer groot, maar aanzienlijk kleiner dan gewoonlijk. Ook bij de regionale besprekingen en op de discussiesite van de NVvW werden over dit examen weinig harde noten gekraakt.
De startopgave *Marathon* werd uitstekend gemaakt. Van de vijf vragen in deze opgave had de moeilijkste nog een p'-waarde van 66. Voorwaar een vriendelijk begin!
In de opgave *Goedkoop vliegen* werd statistiek bedreven op tarieven van prijsvechters in de luchtvaart. Het verkopen van meer tickets dan er plaatsen zijn op een vlucht bood mogelijkheden voor vragen over kans en verwachting. De moeilijkheid van de laatste twee vragen in deze context was redelijk hoog (p'-waarden 55 en 41), maar dat was voor de examenmakers geen verrassing. Kansrekening is een lastig onderwerp en scoort op examens nooit erg hoog.
De *Verspreiding van euromunten* is ook nu nog een actueel onderwerp. De exponentiële afname in vraag 14 was vrij pittig (p' = 45). Ook niet echt verrassend: vragen over exponentiële groei blijken elk jaar tamelijk moeilijk. Een van de moeilijkste vragen van dit examen was vraag 13, een kansvraag. Van de kandidaten behaalde 55% voor deze vraag geen enkel punt. Slechts 20% scoorde alle 4 punten.
De lastigste opgave was *Printerinkt.* Leerlingen kwamen gemiddeld niet verder dan 8 van de 18 te behalen scorepunten. De combinatoriekvragen 15 en 16 waren moeilijk (meer dan de helft van de kandidaten scoorde hier geen enkel punt), het rekenen met grote getallen in vraag 17 ging redelijk en de normale verdelingsvraag 18 ging behoorlijk goed. De laatste vraag van deze opgave werd gekenmerkt door een gecompliceerde aanpak. Misschien had het geholpen als de evenredigheid tussen aantal geprinte pagina's en benodigde hoeveelheid printerinkt expliciet genoemd zou zijn.
De laatste opgave, *Badkamerradiator*, was de kortste en paste gemakkelijk op één pagina (***zie figuur 3***). Maar de vragen waren zeer uiteenlopend. De eerste vraag was mede bedoeld om leerlingen vertrouwd te maken met de context en werd heel goed gemaakt (p' = 78). Toch bleek dit de moeilijkheid van het opstellen van een formule nauwelijks te verlagen. Maar liefst 65% van de kandidaten kon hier helemaal niets mee.

Badkamerradiator

Een fabrikant maakt radiatoren voor de verwarming van de badkamer.
In figuur 5 zie je zo'n radiator. De radiator bestaat uit twee rechtopstaande stalen buizen met een lengte van [illegible] cm en [illegible] dwarsbuizen die elk [illegible] cm lang zijn. We laten de dikte van de buizen in deze opgave buiten beschouwing.
De hoogte van de radiator is dus h cm en de breedte b cm.

figuur 5 figuur 6



Voor één radiator wordt altijd in totaal 900 cm aan buizen gebruikt.

De breedte van een radiator is 50 cm.

3p 20 Bereken van deze radiator de hoogte in centimeter.

De totale lengte van de twee [illegible] buizen van één radiator moet dus 900 cm zijn. Een hogere radiator wordt dus smaller, en een lagere radiator wordt breder. Hoogte h en breedte b zijn dus afhankelijk van elkaar. Er is een lineair verband tussen h en b.

4p 21 Stel een formule op waarin h uitgedrukt is in b.

In figuur 6 is het grijze gebied de verwarmingsoppervlakte van de radiator. Dat is dus de oppervlakte van de gehele rechthoek.
De verwarmingsoppervlakte V in cm² wordt gegeven door de formule:

$V = -5b^2 + 150b$, met b de breedte van de radiator in cm.

5p 22 Stel een formule op voor de afgeleide van V en bereken daarmee de maximale verwarmingsoppervlakte.

figuur 3 HAVO-A12

Machtsfuncties en rechte lijn

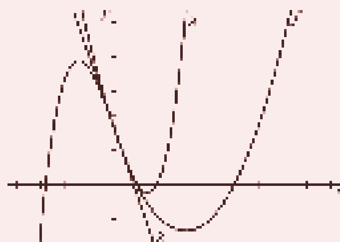
In deze opgave gaat het over functies die de som zijn van een machtsfunctie met een functievoorschrift van de vorm [illegible] (met p [illegible]) en de eerstegraadsfunctie k met het voorschrift $k(x) = [illegible]$.
Zo zijn voor $p = 2$ en $p = 3$ de functies f en g gegeven door:

$f(x) = x^2 - 6x + 5$

$g(x) = x^3 - [illegible]x + 5$

In onderstaande figuur zijn de grafieken van f en g als ook de lijn k getekend.

figuur



Zowel de lijn k als de grafieken van f en g gaan door het punt $A(1, 5)$ [illegible]
4p 17 Onderzoek met behulp van differentiëren of de hellingen van deze drie grafieken in dit punt gelijk zijn.

figuur 4 HAVO-B1

De gemiddelde score was slechts 1 van de 4 scorepunten. Bij de laatste vraag moest de afgeleide worden opgesteld. Gezien de score (p' = 42) is het niet erg dat dit de enige vraag was over differentiaalrekening.

Al met al leverde dit examen een gemiddelde score op van 46,7 punten. Dat is 56% van de te behalen punten. De CEVO besloot de N-term vast te stellen op 1,4. Dat resulteerde in een examen met 24% onvoldoende en een gemiddeld cijfer van 6,5. Een fraai resultaat.

HAVO B
[Paul van der Molen]
Alvorens in te gaan op de B1- en B12-examens afzonderlijk zullen eerst een paar algemene opmerkingen worden geplaatst die voor beide examens gelden. De p'-waarden van de afzonderlijke vragen van de havo-B-examens zijn te vinden in de ***tabellen 10 en 11*** [HAVO B1 2007, HAVO B12 2007]. De meeste docenten vonden de havo-B-examens dit jaar 'wel aardig'. Na dit positieve geluid klonk echter wel bijna altijd een 'maar…'. De kritiek op de taligheid blijft onverminderd groot. De lengte van de examens werd dit jaar vergroot door twee factoren. Ten eerste werden de examens voor het eerst in *arial* 11pt gepresenteerd (dit om de leesbaarheid te vergroten, met name voor de (gedeeltelijk) dyslectici) en er werden ruim 20% meer woorden gebruikt in de examens van dit jaar vergeleken met de afgelopen twee jaar. Ten opzichte van andere vakken in de exacte hoek doen we het nog steeds niet slecht. Dat neemt niet weg dat een kritische blik op de verwoording van de opgaven gewenst is. Veel docenten waren blij te zien dat het aandeel algebra wel is toegenomen ten opzichte van vorig jaar, maar anderen vinden het nog steeds te mager. Opgemerkt kan worden dat de examens met ingang van 2009, wanneer de examens gebaseerd zullen zijn op de nieuwe programma's, flink meer algebra zullen bevatten. Docenten wordt daarom geadviseerd om goed nota te nemen van de syllabus van het nieuwe programma. Hierin staat namelijk een uitgebreide lijst van voorbeelden van algebraïsche vaardigheden waarover de havo-B-leerling vanaf 2009 in de examens dient te beschikken.

HAVO B1
Dit examen is redelijk goed ontvangen. De openingsvraag met een p'-waarde van 93 bezorgde veel leerlingen een soepele start. Helaas waren er toch nog enkele leerlingen die de $2^{\frac{1}{2}t}$ lazen als $2\frac{1}{2}^t$. De antwoorden die zij op deze manier kregen, werden in de loop van de opgave wel absurd. Op de centrale examenbespreking zijn afspraken gemaakt hoe hiermee omgegaan diende te worden. Daar werd ook de vraag gesteld of je in één context twee keer het symbool t mag gebruiken waarbij de startdatum verschillend is. Het stond allemaal wel

correct geformuleerd, maar fraai is het inderdaad niet. De rest van deze opgave gaf de meeste leerlingen geen grote problemen.
De tweede opgave, *Lichaamslengtes van mannen en vrouwen*, bevatte een uitgebreide tekening en een grote tabel. Hierin zat veel informatie. Sommige docenten vonden dat overbodige informatie en beweerden dat je al die ruis weg moet halen. Anderen vonden dat het juist realistisch is om van de leerlingen te vragen om de relevante informatie te kunnen vinden. In het leven van alledag dienen de problemen die opgelost dienen te worden, zich ook niet geïsoleerd aan. Bij vraag 6 moest de leerling wel even goed nadenken voordat hij de juiste waarde uit de tabel kon halen. Dit was ook te zien aan de wat lagere p'-waarde voor deze vraag (p' = 54).
De opgave *Mobiele telefoon* past natuurlijk perfect in de belevingswereld van de leerling. De telefoon die hier getoond werd, oogde wel 'ouderwets'. Dat komt omdat examens maken een langdurige klus is en omdat de ontwikkeling van dit soort toestellen erg snel gaat. Er was ook nog wel een ander soort kritiek op deze opgave. Een leerling die te enthousiast afrondt bij vraag 10, kwam namelijk tot de conclusie dat de batterij wel op de helft van zijn stand-by-tijd was zodra het tweede blokje uitviel. Bij vraag 9 waren er tot teleurstelling van veel docenten toch weer veel leerlingen (ondanks alle waarschuwingen in de klas) die het gegeven antwoord in de formule gingen invullen om aan te tonen dat het klopt, in plaats van het antwoord zelf te berekenen.
Er waren niet veel mensen erg gecharmeerd van de opgave *Pakjesspel*. Een ingewikkelde context over een spel dat alle kanten uit kan gaan. Bij vraag 13 bleek dat het, ondanks de vele voorbeelden die al gegeven werden in de tekst, toch lastig was om zelf de verschillende manieren te verzinnen waarop vier mensen vier pakjes van de stapel moeten nemen. De complexiteit van dit spel leverde ook een onzuiverheid op bij vraag 14 en 15. Daar werd gevraagd hoe groot de kans is dat een persoon na vier keer gooien één keer één pakje moest pakken en drie keer een pakje aan een ander moest geven. Heel veel leerlingen rekenden zonder problemen direct deze kans uit met de gegeven informatie. Een enkeling die verder dacht, kwam tot de conclusie dat er een mogelijkheid bestaat dat er nog maar één pakje over is, de persoon 2 gooit maar volgens de spelregels één pakje moet nemen. De kans dat er na drie ronden (dus 60 keer gooien) nog 1 pakje over is, is ongeveer 0,0003, weliswaar klein, maar deze situatie is dus niet uit te sluiten. Deze onzuiverheid heeft geen gevolgen gehad omdat de leerlingen die tot deze conclusie kwamen de 'simpele' denkstappen ook hadden gemaakt en dus alle punten kregen.
De slotopgave *Machtsfuncties en rechte lijn* bleek lastig (***zie figuur 4***). Leerlingen haalden gemiddeld hier slechts 41% van het maximaal aantal te behalen punten. Veel kritiek was er op vraag 19 waar een combinatie van 'onderzoek' en 'exact' in de vraag stond. De vraag oogstte wel lof omdat men het een originele redeneervraag vond. Maar hij had iets anders gesteld moeten worden. Ten slotte vonden veel docenten dat deze opgave beter ergens midden in het examen had kunnen staan en niet aan het eind.
Al met al leverde dit examen geen grote problemen op. Het was over de hele linie zelfs een beetje aan de makkelijke kant. Dit is ook terug te zien in de N-term van 0,7. Dit leidde ertoe dat 29% van de leerlingen een onvoldoende behaalde en het gemiddeld cijfer een 6,1 werd.

HAVO B12

De lijst van opmerkingen en kritiekpunten op dit examen was aanzienlijk korter dan

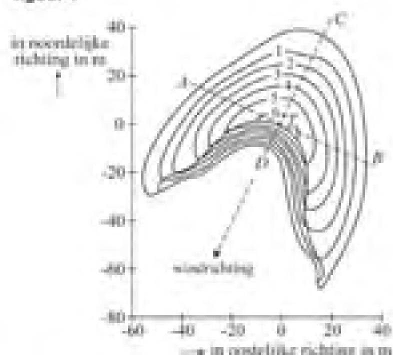
Wandelende duinen

Bij de stad Laâyoune in Zuid-Marokko bevindt zich in de woestijn een duingebied. De duinen hebben van bovenaf gezien de vorm van een halve maan. Zo'n halve maan ontstaat als de windrichting het hele jaar constant is en er niet voldoende zand aanwezig is voor de vorming van complete duinen. Zie de foto hieronder.

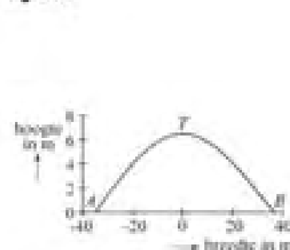
foto



figuur 1



figuur 2



Wetenschappers hebben van het duin links voor op de foto de afmetingen precies opgemeten. Met hun metingen maakten zij de tekening van figuur 1.

In figuur 2 is een dwarsdoorsnede getekend van het duin van figuur 1 langs de lijn AB. Langs de horizontale as is de afstand x tot het midden uitgezet en langs de verticale as de hoogte h van het duin. Links van het midden (richting A) wordt de afstand x negatief gerekend.
De vorm van deze doorsnede van het duin wordt benaderd met een deel van een cosinuskromme. Het hoogste punt van het duin, T, (boven het snijpunt van lijn AB en lijn CD) is ongeveer 6,37 meter hoog. Bij benadering geldt nu: $h = 6{,}37 \cdot \cos(b \cdot x)$ met h en x in meter.

4p 17 Bereken met behulp van figuur 2 de waarde van b in deze formule. Rond af op drie decimalen.

figuur 5 HAVO-B12

bij B1. Er was ook gepaste waardering voor dit examen. Het klimtoestel en vooral de inhoudsberekening daarvan en in mindere mate de wandelende duinen werden ‘leuke’ contexten genoemd.
De startopgave *De Wet van Moore* leverde wel meteen grote problemen op. Vraag 3 scoorde heel erg slecht. De formule herleiden en op die manier de waarden van *a* en *b* vinden werd door slechts 7% van de leerlingen foutloos gedaan. Wanneer men bedenkt dat dit soort vragen vanaf 2009 vaker in de examens gesteld gaat worden, is duidelijk waaraan gewerkt moet worden.
De opgave W*ortelfuncties* werd lastig gevonden. De leerlingen haalden minder dan de helft van het maximaal aantal te behalen punten. Vooral de creatieve woordkeus van leerlingen bij vraag 5, waarbij de transformatie onder woorden gebracht moest worden, leverde de nodige nakijkproblemen op.
De opgave *Afgeknotte piramide* (***zie pag. 23***) werd daarentegen vrij goed gemaakt. De uitslag leverde bij de zogenoemde grootschriftexamens op sommige scholen een probleem omdat zij de uitwerkbijlage vergrootten waardoor de schaal van het voorgedrukte gedeelte niet meer klopte. Docenten wisten hier wel weer een mouw aan te passen maar de instructie dat de uitwerkbijlage in dit geval niet vergroot mag worden, ontbrak. De slotvraag werd origineel gevonden.
De context *Mobiele telefoon* vertoonde grote overlap met B1. Alleen bij de slotvraag moest gedifferentieerd worden. Omdat de quotiëntregel niet in het programma zit, werd de oorspronkelijke formule voor *V* voor deze vraag herschreven.
De opgave *Klimtoestel* oogstte veel lof. De slotvraag, waarbij de inhoud uitgerekend moest worden, werd op verschillende (waaronder creatieve) manieren door leerlingen aangepakt. Uit de p’-waarde (40) bleek dat dit toch een lastige vraag was.
De slotopgave *Wandelende duinen* bracht ons naar Marokko (***zie figuur 5***). De vorm van het duin leverde een paar vragen met goniometrie op. Bij de eerste vraag moest er worden afgelezen in figuur 2. Deze figuur was erg klein uitgevallen. Een uitvergroting op een uitwerkbijlage was prettig geweest. Verder bleek dat het duin in de figuur niet perfect symmetrisch was en dat er daarom verschil bestond tussen de breedte van de linkerkant en die van de rechterkant. De meeste docenten wisten hier wel op een correcte manier het correctievoorschrift toe te passen. Terecht werd opgemerkt dat de plaatjes van de slotvraag suggereerden dat het paaltje wandelt en het duin stilstaat. De slotvraag bevatte 7 punten. Dit werd veel gevonden voor een slotvraag.
Over het algemeen gesproken vond men de moeilijkheid van dit examen voldoende. Dit is terug te zien in de N-term van 1,2. Dit leidde ertoe dat 26% van de leerlingen een onvoldoende behaalde en het gemiddeld cijfer een 6,3 werd.

Als je slaagt voor het theorie-examen, mag je praktijkexamen doen. Als je zakt voor je praktijkexamen, kun je enige maanden later opnieuw praktijkexamen doen. Sommige kandidaten zakken meerdere keren voor het praktijkexamen.
Het CBR houdt gegevens bij over de slaag- en zakcijfers van de kandidaten die opgaan voor het rijexamen. Uit de gegevens van het CBR blijkt dat een kandidaat steeds dezelfde kans heeft om te slagen voor het praktijkexamen. Hierbij speelt het dus geen rol of die kandidaat voor de eerste keer examen doet of al één of meer keren gezakt is. Verder blijkt dat 11% van alle kandidaten na 4 keer nog steeds niet is geslaagd voor het praktijkexamen.

Op basis van deze gegevens kun je nu berekenen hoe groot de kans is dat iemand de eerste keer al slaagt voor het praktijkexamen.

4p 7 Bereken deze kans. Geef je antwoord in 2 decimalen nauwkeurig.

figuur 6 VWO-A1 en A12, Rijexamen

VWO A
[Ger Limpens]

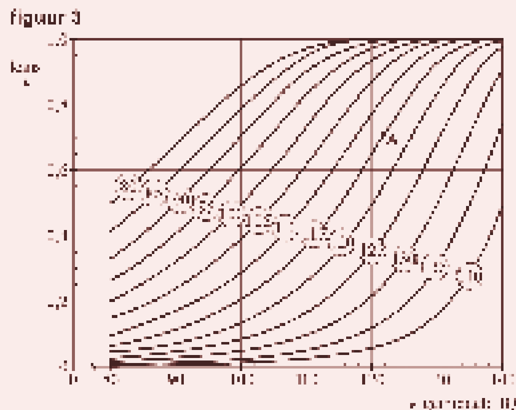
In het nu volgende deel wordt aandacht besteed aan de reguliere examens vwo A1 en A12. Ook aan de overlap tussen beide examens worden enkele woorden gewijd. Aan het einde van dit artikel treft u een bijdrage over de gang van zaken van de computerexamens (Compex) bij de vwo-examens A1 en A12. Hierbij werd voor de vijfde achtereenvolgende keer de computer tijdens het centraal examen ingezet.

VWO A1
Zie tabel 12 [VWO A1 2007]. Het vwo-A1-examen bevatte dit jaar 19 vragen waarmee in totaal maximaal 79 punten verdiend konden worden. *Restzetels*, opgave 1 dus, opende dit examen. In de tabel is terug te vinden dat de leerlingen hier gemiddeld geen problemen mee hadden. Uiteraard niet geheel onverwacht: we streven er als examenmakers naar dat met name de eerste vragen van een examen de leerlingen enigszins op het gemak stellen. De tweede vraag van deze context, waarbij de kiesdeler bij gemeenteraadsverkiezingen in 1994 voor Enschede moest worden berekend, bleek de eenvoudigste vraag van dit examen. En zelfs de laatste vraag van deze opgave scoorde met een p’-waarde 53 heel behoorlijk. Deze opgave maakte, bijna in zijn geheel, ook deel uit van de overlap met A12. Daarover verderop in dit verslag meer.
De tweede opgave betrof een context waarmee veel vwo-leerlingen ongetwijfeld redelijk vertrouwd zijn dan wel op korte termijn mee vertrouwd zullen raken, te weten het rijexamen. De bijbehorende vragen hadden betrekking op het onderwerp kansrekenen en waren beduidend moeilijker dan de vragen van de eerste context. Hoewel vraag 5 toch niets anders was dan redelijk recht-toe-recht-aan binomiaal kansrekenen, scoorde de gemiddelde vwo-A1-kandidaat hier toch slechts iets meer dan de helft van de te verdienen 5 scorepunten. Vraag 6 was nog wat lastiger. Om te slagen in een bepaalde situatie moet een kandidaat bij het theorie-examen rijvaardigheid nog enkele vragen goed beantwoorden. Het A1-examen vermeldde de verschillende slaagopties die er waren. De discussies op de site van de NVvW maakten duidelijk dat ook niet iedere docent hier in eerste instantie goed raad mee wist. Kennelijk heeft dit forum voor die docenten (en hopelijk hun leerlingen…) een echte meerwaarde. De laatste vraag van *Rijexamen*, vraag 7, was (***zie tabel***) de moeilijkste van dit hele examen (***zie figuur 6***). Ook dit was niet geheel onverwacht, hoewel de examenmakers moeten constateren dat ze deze moeilijkheidsgraad (p’ = 14) niet voorspeld hadden. Een enkele leerling liet overigens na afloop van dit examen weten zich door deze vraag minder ‘uitzonderlijk’ te voelen: de kandidaat was zelf vier keer gezakt voor het rijexamen en wist zich nu deel van een niet onaanzienlijke deelpopulatie van 11%. Waartoe een examen al niet kan leiden.
De opgave *Verhoudingen* betrof een context die profielspecifiek genoemd mag worden:

de gulden snede en de rij van Fibonacci spelen een rol in de wereld van de kunst en passen als zodanig goed in het profiel C&M. Of iedere leerling daar even blij mee was, valt te betwijfelen. De eerste vraag, vraag 8, had heel duidelijk het karakter van een alles-of-niets-vraag: 41% verdiende geen enkel scorepunt, terwijl 51% met de maximumscore 4 naar huis ging. De analyse vertelt jammer genoeg niet of deze leerlingen hun punten behaalden door de rij van Fibonacci 'met de hand' voort te zetten dan wel in hun GR te programmeren.
Het vermoeden bestaat dat veel leerlingen voor de eerste optie gekozen zullen hebben (hoewel de examenmakers ook weet hebben van daadwerkelijke GR-varianten die 'in het wild' zijn aangetroffen). Vraag 9 scoorde niet hoog met p' = 34 maar ook dat was niet onverwacht. Ongetwijfeld zal de onbekendheid hoe de GR handig te programmeren een rol gespeeld hebben. En de wijze waarop deze vraag moet worden aangepakt is, hoewel niet moeilijk, voor de A1-populatie natuurlijk niet al te zeer geoefend: dit is geen standaardactiviteit. Dat geldt overigens wel weer voor de volgende vraag, vraag 10. Het is verheugend om te zien dat leerlingen zich, in groten getale, niet laten ontmoedigen door een moeilijke vraag: uit p' = 34 bij vraag 9 en p' = 88 bij vraag 10 valt te concluderen dat vastlopen bij vraag 9 niet massaal leidt tot overslaan van vraag 10. Docenten slagen er gelukkig in hun leerlingen niet te laten opgeven in een dergelijke situatie: 76% van de populatie haalde de maximumscore van 3 punten bij vraag 10.
De opgave *IQ* vertoont een verloop van p'-waarde nagenoeg volgens het boekje: de eerste vragen zijn behoorlijk goed te doen en tegen het einde worden de vragen beduidend moeilijker. Deze context maakte overigens ook deel uit van de overlap maar in activiteit was die overlap alleen aan te treffen bij vraag 13: alle andere vragen waren 'profielspecifiek'. In discussies tussen docenten werd nog wel wat tijd besteed aan het wellicht opvallende aspect dat de opgave zelf het IQ normaal verdeeld veronderstelt binnen een gegeven populatie. Er waren nogal wat collega's die vonden dat leerlingen, in hun lessen er van doordrongen geraakt dat IQ een discrete grootheid is, op deze leskennis terug konden vallen, ondanks het feit dat in de opgave het normaal verdeeld zijn zelf tot twee keer uitdrukkelijk gestipuleerd wordt.

Opgave *Groenbelegging* nam de belegging in duurzame houtsoorten tot onderwerp. Een authentieke context (weliswaar bewerkt om geschikt te maken voor examens) stelde enkele zaken aan de orde rond de groei van een bepaalde boomsoort en de daarmee samenhangende opbrengsten, uitgaande van een model zoals dat door een beleggingsmaatschappij in een reclamefolder geschetst werd.
De laatste vraag van deze context, en tevens van dit examen, was een voorbeeld van een relatief open onderzoeksvraag. Open althans voor leerlingen omdat de kandidaat zelf allerlei gegevens bij elkaar moest rapen om de vraag te kunnen beantwoorden. De analyse leverde hier een fraai overzicht op van verstrooide scoreopbouw: 21-12-9-9-12-16-21 vormde de percentagereeks, horend bij de scores 0-1-2-3-4-5-6 punten.
De totale indruk van dit examen (ook denkend aan aspecten als volgorde, moeilijkheidsgraad en hoeveelheid vragen) is in de ogen van de makers die van een geslaagd examen. De enquêtes van de NVvW bevestigen dit beeld. Uiteraard is niet iedereen het met elkaar eens, maar grosso modo is men redelijk tevreden over dit examen. Ook voor de makers is dit een geruststellende gedachte. De N-term van 0,8 is wellicht in de ogen van deze en gene wat aan de 'strenge' kant, het eruit voortvloeiende onvoldoende-percentage van 30% ligt daarentegen sterk in het verlengde van dat vorig jaar, te weten 31. Het gemiddelde cijfer werd daarmee dit jaar overigens 6,1.

VWO A12
Zie tabel 13 [VWO A12 2007]. Ook hier begon het examen met de context *Restzetels*. Op vraag 4 na waren de vragen gelijk aan die van de eerste opgave van A1. En vraag 4 zelf was eigenlijk ook dezelfde als die van de A1-variant. De makers hadden alleen geprobeerd in de wijze waarop het probleem geformuleerd was, een vakspecifieke invulling te kiezen: een voorbeeld om het probleem te illustreren was in de A1-variant veel explicieter verwoord dan in de A12-versie. In het correctievoorschrift was de vakspecificiteit te zien aan de volgorde waarin de makers de verschillende varianten gepresenteerd hadden: bij A1 de inklemvariant gevolgd door de vergelijkingsvariant, terwijl A12 net de omgekeerde volgorde kende. We zullen nooit weten in hoeverre de variantenvolgorde strookte met de in werkelijkheid geconstateerde variantaantallen. Wel weten we dat beide varianten bij beide vakken inderdaad voorkwamen. Overigens is wellicht hier nog een opmerking op zijn plaats over de inklemvariant waarbij ook punten gegeven dienden te worden aan heel ruwe vormen die het begin van het inklemproces aangaven. De bedoeling van de makers was een positieve: een kandidaat die niet verder kwam dan deze of vergelijkbare waarden nalopen, verdiende toch wel iets te krijgen. En uiteraard diende de kandidaat die meteen naar de juiste waarden sprong en het omslagpunt gemotiveerd legde bij 73/74 mensen, de volle lading punten te ontvangen.
Ook *Rijexamen*, de tweede opgave van het A12-examen, betrof grotendeels overlapvragen. Alleen de laatste vraag, vraag 8, was vakspecifiek. Niet zo verwonderlijk gezien het feit dat hier het onderwerp hypothesetoetsen aan de orde kwam. Uit de analyse bleek dat 31% van de kandidaten er zelfs niet in slaagde om ten minste 1 scorepunt te vergaren. Het blijft jaar in jaar uit jammer te constateren dat zelfs elementaire kennis rond een regelmatig terugkerende activiteit als deze, niet bij iedere examenkandidaat aanwezig blijkt. Overigens verdient het aanbeveling eens na te denken over de wijze waarop omgegaan dient te worden met de expliciete eis om bij hypothesetoetsing in ieder geval altijd de verschillende hypotheses te verwoorden. Het correctievoorschrift vermeldt deze wel, maar ook dit jaar kon op verschillende plaatsen een diversiteit in visie geconstateerd worden.
De derde opgave, *Gevoelstemperatuur*, had als onderwerp materie die in eerdere afleveringen van centrale examinering al eens een rol speelde: de invloed van de windsnelheid op de beleving van de temperatuur. De niet onbekende formules van Court respectievelijk Siple en Passel kwamen hier aan de orde. De kandidaten scoorden heel behoorlijk bij de eerste twee vragen van deze context. De slotvraag beperkte zich tot de formule van Court, uitgaande van een werkelijke temperatuur van 0 °C en was duidelijk moeilijker. Dit was tevens een vraag over differentiëren, een aspect dat in de vraagstelling zelf duidelijk vermeld was. Vandaar dat het ook, in de ogen van de makers althans, bevreemding opriep om te constateren dat sommige collega's van mening bleken dat ook uitwerkingen met een numerieke benadering van de afgeleide



Bij punt A lezen we af dat de kans ongeveer 0,7 is dat een persoon uit een beroepsgroep met gemiddeld IQ van 122 een IQ heeft dat groter is dan 115.
Ofwel in formulevorm
P(IQ > 115) ≈ 0,7, waarbij μ = 122
Uitgaande van het verband [illegible] kunnen we deze kans nauwkeuriger berekenen.

4p 17 Bereken deze kans. Geef je antwoord in 3 decimalen nauwkeurig.

Uit een grote beroepsgroep met een gemiddeld IQ van 110 worden willekeurig vier personen geselecteerd. We willen de kans weten dat alle vier personen een IQ hebben dat groter is dan 120. Deze kans kun je berekenen als je de kans weet dat één willekeurig persoon uit deze beroepsgroep een IQ groter dan 120 heeft. Deze laatste kans kun je aflezen uit figuur 3. Figuur 3 staat ook, vergroot, op de uitwerkbijlage.

5p 18 Bereken op bovenstaande wijze de kans dat alle vier personen een IQ hebben groter dan 120.

figuur 7 VWO-A12, IQ

functie in aanmerking zouden komen voor de volledige score. De examenmakers waren en blijven van mening dat deze discussie al bij het begin van de Tweede Fase van een heldere interpretatie is voorzien: de numerieke afgeleide is niet gelijk aan de afgeleide functie en mag dus niet als een adequate oplossing in dezen gezien worden. Uiteraard kan er wel nagedacht worden over een gepaste deelscore. We hopen dan ook dat, daar waar een corrector in eerste instantie andere standpunten gehuldigd heeft, deze gedurende het correctieproces veranderd zijn in het alhier verwoorde.

De context *Honingbijen* bestond uit twee delen, duidelijk gescheiden met tussenkopjes. Het eerste deel betrof, met twee vragen, een formule die het verband beschrijft tussen de afstand tot een voedselbron en het aantal zogeheten kwispeldansen per minuut dat de honingbij die de voedselbron heeft ontdekt, uitvoert om andere bijen op de hoogte te stellen van deze afstand. De tweede vraag, waarbij aan de hand van impliciet gegeven informatie over twee verschillende voedselbronnen, de afstanden tot elk van deze bronnen berekend moesten worden, bleek de moeilijkste vraag van dit examen met een p'-waarde van 20. De collega's die van mening waren dat de makers de vraag te toegankelijk hadden gemaakt door te kiezen voor een relatief 'makkelijke' oplossing, zijn zich waarschijnlijk niet bewust geweest van de gebleken moeilijkheidsgraad. Overigens gold dat ook voor de makers: de p'-waarde van deze vraag was wat lager dan de verwachte.

Het tweede deel van deze opgave, over een recurrente betrekking in het kader van leergedrag van honingbijen, bleek gelukkig geen last te hebben van de moeilijkheid van vraag 13: vraag 14 scoorde toch weer heel behoorlijk met p'-waarde 70 en 59% van de populatie met een maximale score. De laatste vraag riep daarentegen weer wat meer vraagtekens op dan verwacht: het herkennen van de vergelijking $a^7 = 0{,}5$ binnen een, toegegeven, vrij complexe context was 61% van de leerlingen niet gegeven: zij scoorden 0 punten bij deze vraag. Ook hier zien we overigens een hoog alles-of-niets-karakter: 28% van de leerlingen scoorde 4 punten waarmee slechts 11% ergens tussen 'niets' en 'alles' belandde.

De context *IQ* was ook een overlapcontext maar het merendeel van de vragen was afwijkend van de vragen die de A1-kandidaat moest beantwoorden. De A12-leerlingen dienden zich hier, voornamelijk althans, bezig te houden met een ingewikkelde en bijzondere figuur die informatie over verschillende beroepsgroepen bevatte, gekarakteriseerd door verschillende gemiddelde IQ-waarden – ook hier weer uitgaande van de expliciet vermelde premisse dat het IQ als normaal verdeeld dient te worden. De wijze waarop gegevens uit de figuur moesten worden afgelezen, was geïllustreerd met een voorbeeld (***zie figuur 7***). Dat mocht echter niet voor iedereen baten, en ook docenten bleken af en toe moeite te hebben met de interpretatie van de materie in de figuur. Leerlingen bleken hier gelukkig niet in groten getale op af te knappen: de slotvraag van dit examen leidde tot de volgende percentageverdeling: 19-12-34-10-6-19 voor de scores 0-1-2-3-4-5. Ook weer een voorbeeld van een mooi verstrooide scoreopbouw.

Was men bij A1 redelijk unaniem en positief in de beoordeling van het examen, bij het examen A12 moeten we vaststellen dat met name moeilijkheidsgraad en spreiding niet altijd even geslaagd werden gevonden. Velen vonden dit examen te eenvoudig.

De uiteindelijke N-term geeft ook wel een signaal in die richting: N = 0,7 (met bijbehorende onvoldoendepercentage 30 en gemiddelde 6,1) strookt daar in ieder geval wel mee. De geconstateerde gebrekkige spreiding is misschien iets minder eenduidig te interpreteren. Er werden geluiden gehoord dat men het ontbreken van een specifiek economische context voor een vak dat deel uitmaakt van de harde kern van het profiel E&M als een gemis had ervaren. Ook werd wel beluisterd dat men vragen over lineair programmeren miste. En een derde mogelijkheid is wellicht het vaker verwoorde punt dat veel van de vragen niet direct teruggingen op een specifiek geleerd wiskundig aspect. Al deze punten zijn ongetwijfeld oprecht geformuleerde kritiekpunten maar tevens, in de ogen van de makers, relatief marginaal. Al met al denken we ook dit jaar een meetlat afgeleverd te hebben waarmee we onze leerlingen op eerlijke wijze de maat hebben genomen. En dat dient het ultieme doel van een examen te zijn, zo denken we.

Overlap VWO A1/A12

Uit tabel 14 [VWO Overlap A1-A12] kunnen we opmaken dat er ook dit jaar weer 28 overlappunten in dit tweetal examens zaten. En natuurlijk behoeft het geen betoog dat er weer een verschil in vaardigheid tussen beide populaties geconstateerd kon worden. Toch is dat verschil wellicht wat kleiner dan men zou verwachten. ***In tabel 15*** [VWO A1/A12 sinds 2004] met p'-waarden die betrekking hebben op het deel dat in de jaren 2004-

2007 in de overlap van beide examens zit, valt af te lezen dat bijvoorbeeld de A1-populatie in 2004 op de overlap een p'-waarde van 63 scoorde en de A12-populatie toen p'-waarde 72 had. Hoewel de overlapvragen in de verschillende jaren (uiteraard) in moeilijkheidsgraad varieerden, leek de tendens juist een uit elkaar groeien van moeilijkheidsgraad, zoals ook in het examenartikel over de examens 2006 in Euclides opgemerkt werd. Dat wordt dit jaar echter in het geheel niet bevestigd. De populaties zijn wel verschillend in vaardigheid maar het scheelt maar marginaal (p' = 67 versus p' = 71). Dat kan heel goed veroorzaakt worden door het feit dat de overlapvragen vaak eenvoudige vragen bleken: als een A1-leerling al een p'-waarde van 97 heeft, dan kan een A12-kandidaat daar nauwelijks nog overheen. Bij de onmiskenbaar moeilijkste vraag binnen de overlap, vraag 7 van beide examens (***zie figuur 6***), de derde vraag van *Rijexamen*, schelen de vaardigheden dan ook weer meteen substantieel: p' = 14 respectievelijk p' = 29.

VWO B
[Gerard Stroomer]

De examens wiskunde B1 en B12 vwo werden door de docenten op de regionale vergaderingen van de Vereniging op vrijwel alle punten goed bevonden. Het B1-examen bleek voor de meeste leerlingen eenvoudig, met name de statistiek. Het B12-examen was goed qua niveau maar te omvangrijk.
De hoeveelheid algebra bleef ongeveer op hetzelfde peil als vorig jaar. Zie bijvoorbeeld de openingsopgave *Podiumverlichting*, waarin gevraagd werd een formule aan te tonen, algebraïsch een ongelijkheid op te lossen en algebraïsch een maximum te bepalen. Dit werd door veel docenten gewaardeerd.
In het volgende bekijken we de vragen nader.

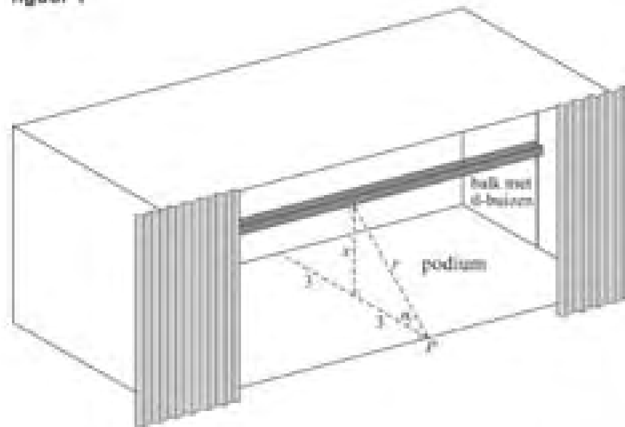
VWO B1

Het examen bestond uit 20 vragen, verdeeld over 6 opgaven. De gegevens van 2237 kandidaten zijn verwerkt ***in tabel 16*** [VWO B1 2007].
Zoals hierboven vermeld begon het examen met de opgave *Podiumverlichting* (***zie figuur 8***). Op het forum van de Vereniging vroegen enkele docenten zich af of de gegeven formule wel correct is. Zij meenden dat de verlichtingssterkte omgekeerd evenredig is met het kwadraat van de afstand. Dat is wel zo in het geval van een puntbron: golffronten

Podiumverlichting

Een podium is 6 meter diep. Midden boven het podium hangt een balk met tl-buizen. De verlichtingssterkte op het podium is het kleinst aan de rand, bijvoorbeeld in punt P. De afstand van P tot de balk is r meter, de hoogte van de balk boven het podium is x meter en de hoek die het kortste verbindingslijnstuk van de balk en punt P met het podium maakt is α radialen. Zie figuur 1.

figuur 1



De verlichtingssterkte op het podium in punt P noemen we V (in lux). V is omgekeerd evenredig met r en evenredig met $\sin\alpha$. Dus $V = c \cdot \frac{1}{r} \cdot \sin\alpha$, waarbij de evenredigheidsconstante c afhangt van het lichtvermogen van de tl-buizen. Voor deze balk met tl-buizen geldt: $c = 650$ (lux·m).

Er geldt: $V = \dfrac{650x}{9 + x^2}$.

3p 1 Toon aan dat deze formule juist is.

De balk met tl-buizen kan omhoog gehesen worden: de hoogte kan variëren van 2,0 tot 5,0 meter.

De verlichtingssterkte op het podium in punt P moet minimaal 100 lux zijn.
5p 2 Bereken langs algebraïsche weg op welke hoogtes de balk mag hangen.

Er is een hoogte van de balk waarbij V maximaal is.
6p 3 Bereken deze hoogte langs algebraïsche weg.

figuur 8 VWO-B1 en VWO-B12

zijn dan bolvormig en de verlichtingssterkte is omgekeerd evenredig met de oppervlakte, dus met het kwadraat van de straal. Bij een (in het model oneindig lange) tl-buis zijn de golffronten cilindervormig; de verlichtingssterkte is weer omgekeerd evenredig met de oppervlakte, in dit geval dus met de straal.
Natuurlijk was de werkelijkheid wel vereenvoudigd: er werd uitgegaan van een oneindige lange tl-buis, er werd geen rekening gehouden met terugkaatsing, etc.
Opvallend waren de discussies die vraag 2 uitlokte. Aan de ene kant waren er docenten die een punt in mindering wilden brengen als kandidaten het woord 'tussen' gebruikten ('omdat dat niet inclusief de grenzen is'); aan de andere kant waren er ook docenten die het opschrijven van het woord 'abc-formule' al een voldoende algebraïsche oplossingswijze vonden ('want het correctievoorschrift geeft ook geen tussenstap'). Bij een zorgvuldiger vraagstelling en correctievoorschrift hadden we dit kunnen voorkomen.
De eerste vraag van de opgave *Een familie parabolen*, waarin gevraagd werd de oppervlakte van een gebied exact te berekenen, was met een p'-waarde van 87 de hoogst scorende vraag van het examen. De laatste vraag (waarin algebraïsch moest worden aangetoond dat voor elke n de top T_n van de parabool het midden is van een lijnstuk AR_n) bleek veel moeilijker: 3,3 procent van de kandidaten uit de steekproef heeft deze vraag overgeslagen en de p'-waarde bleef steken op 41.
Op de opgave *Twee koplampen*, waarin de normale verdeling gebruikt moest worden, werd ruim gescoord. Jammer was de bij nader inzien wellicht onduidelijke formulering: 'kan het verschil in levensduur ook negatief zijn?'
De opgave *Brievenweger*, waarin het domein goniometrie aan bod kwam, begon met een simpele vraag waarin de kandidaten een hoek moesten meten en deze vervolgens in een formule moesten invullen. De volgende

vragen, een vergelijking exact oplossen, een functie differentiëren en een minimum bepalen, bleken met p'-waarden rond de 50 iets moeilijker.
De opgave *Krasbal*, weer uit het domein kansrekening en statistiek, ging over een spel dat in 2001 populair was: in de supermarkt kregen klanten, bij voldoende aankopen, kaarten waarmee het spel gespeeld kon worden. De kandidaten werd gevraagd naar het aantal verschillende kaarten, de mogelijke lengten van een wedstrijd en de kans op een wedstrijd met lengte 4. Bij de laatste vraag kwam de binomiale verdeling aan bod.
De laatste opgave, *De functie* $f(x) = e^x$, bleek lastig. Vraag 18, die ging over de richtingscoëfficiënt van een lijn, was met een p'-score van 24 de laagst scorende vraag van dit examen. Bij deze vraag week de p'-waarde ook het meest af van de schatting die we vooraf gemaakt hadden. Veel kandidaten gingen tot onze verbazing de functie differentiëren. Deze vraag is door 6,7 procent van de kandidaten overgeslagen. 60 procent van de kandidaten scoorde bij deze vraag geen punten.
Bij de laatste vraag, waar moest worden aangetoond dat twee gegeven omwentelingslichamen niet dezelfde inhoud hebben (***zie figuur 9***), werd door 2,9 procent van de kandidaten niets ingevuld. Het betrof hier vooral kandidaten met lage totaalscores: van de 64 leerlingen in de steekproef die bij vraag 20 niets hebben ingevuld, behoorden er 42 tot het eerste kwartiel, 14 tot het tweede kwartiel, 7 tot het derde kwartiel en slechts één tot het vierde kwartiel. De omvang van dit examen viel dus wel mee.
De N-term is door de CEVO vastgesteld op 0,7. Dat is de laagste waarde voor de examens wiskunde B1 sinds de invoering van de Tweede Fase. Dit leverde 31 procent onvoldoende en een gemiddeld cijfer van 6,3, wat in lijn is met de resultaten van de afgelopen jaren.

VWO B12
Ook dit examen bestond uit 20 vragen, nu verdeeld over 7 opgaven. De gegevens van 2162 kandidaten zijn verwerkt ***in tabel 17*** [VWO B12 2007].
Ook dit examen startte met de opgave *Podiumverlichting* (***zie figuur 8***). In overeenstemming met onze verwachting dat bij wiskunde B12 de wiskundig meer begaafde leerlingen zitten, was de p'-waarde bij deze kandidaten iets hoger dan bij de B1-kandidaten. Dit is te zien ***in tabel 18*** [VWO overlap B1-B12].

In de volgende vragen is a = 1. A is het punt (1, e) en B is het punt (2, e²).

4p 19 Bereken de lengte van de grafiek van f tussen A en B.

P en Q zijn de loodrechte projecties van A op de x-as en de y-as. De rechthoek OPAQ wordt door de grafiek van f verdeeld in twee stukken. Zie figuur 9.

Beide stukken wentelen we om de x-as.

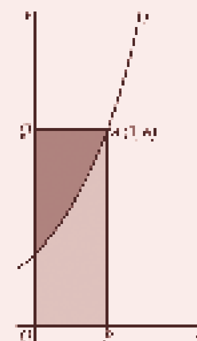
4p 20 Toon aan dat de twee omwentelingslichamen niet dezelfde inhoud hebben.

4p 12 Bereken de lengte van de grafiek van f tussen A en B.

P en Q zijn de loodrechte projecties van A op de x-as en de y-as. De rechthoek OPAQ wordt door de grafiek van f verdeeld in twee stukken. Zie figuur 9.

Beide stukken wentelen we om de x-as.

4p 13 Bereken exact het verschil tussen de inhouden van de twee omwentelingslichamen.



figuur 9 VWO-B1 en VWO-B12,
De functie $f(x) = e^x$
B1: vraag 19 en 20, B12: vraag 12 en 13

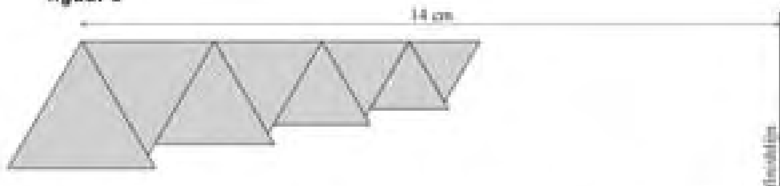
Ook de opgave *Krasbal* was overgenomen uit het B1-examen; uit de opgave in het B1-examen was de tweede vraag weggelaten.
De opgave *Cirkelinham* was de eerste opgave over specifieke B2-onderdelen. Bij deze opgave over voortgezette meetkunde werd gevraagd een iso-afstandslijn te tekenen, daarna een bewijs te geven en tot slot een afstand te berekenen. De laatste vraag was met een p'-waarde van 20 de moeilijkste vraag van dit examen. 8,8 procent van de kandidaten sloeg deze vraag over en 69 procent van de kandidaten scoorde voor deze vraag 0 punten.
De eerste drie vragen van de opgave *De functie* $f(x) = e^x$ waren gelijk aan die in de gelijknamige opgave in het B1-werk.
De laatste vraag week af: hier werd een exacte berekening gevraagd (***zie figuur 9***).
De voortgezette analyse was vormgegeven in de opgave *Driehoeken plakken* (***zie figuur 10***). Met behulp van de somformule voor een meetkundige rij kon bepaald worden of een rij driehoeken een gegeven lijn overschrijdt.
Deze opgave werd gevolgd door de opgave *Brievenweger*, die identiek was aan de gelijknamige opgave in het B1-examen.
Bij de laatste opgave *Spiegeltjes op een cirkel* (***zie pag. 46***) wekte het correctievoorschrift bij enkele correctoren verontwaardiging op. Zij vonden het zuur dat een kandidaat die bij vraag 20 de juiste stand gevonden had, weliswaar zonder gebruik te maken van de gegeven bewering, daarvoor geen punten mocht krijgen. Bij deze laatste vraag is door 10,6 procent van de kandidaten niets opgeschreven. Ook voor een moeilijke vraag is dit een hoog percentage. De veronderstelling lijkt dus gerechtvaardigd dat het werk te omvangrijk was.
De N-term is door de CEVO vastgesteld op 1,0. Dit leverde 28 procent onvoldoende en een gemiddeld cijfer van 6,4, geheel in lijn met de resultaten van de afgelopen jaren.

VWO A COMPEX
[Paul van der Molen]
Het compexgedeelte van het vwo wiskunde A examen bestond dit jaar voor het eerst uit twee opgaven. Dit is gedaan om te voorkomen dat leerlingen vastlopen in een opgave en daarmee hun hele compexgedeelte 'verprutsen'. In lijn met de ervaringen van afgelopen jaren waren ook dit jaar de leerlingen die het compex-examen gemaakt hebben (de 'compexpopulatie'), vaardiger dan de leerlingen van de reguliere populatie. Dit kan nauwkeurig geanalyseerd worden aan de hand van de resultaten van beide groepen op de overlapopgaven. Informatie over de overlap tussen compex en regulier is terug te vinden ***in tabel 19*** [VWO overlap A1/A12 regulier-compex].
Dit jaar waren beide compexgedeelten (A1 zowel als A12) moeilijker dan de 'niet-overlapopgaven' uit het reguliere examen. Dit kwam met name door de opgave *Prognose* die in beide examens voorkwam. Ondanks

Driehoeken plakken

We maken een figuur die uit oneindig veel gelijkzijdige driehoeken bestaat. We beginnen met een gelijkzijdige driehoek met zijde 3 cm. Rechtsboven plakken we er een gelijkzijdige driehoek aan met zijde 2,7 cm. Zo plakken we er steeds rechtsboven een gelijkzijdige driehoek aan, de ene keer met de top naar beneden, de andere keer met de top naar boven. De zijden van de nieuw te plakken driehoek zijn 0,9 keer zo groot als de zijden van de vorige driehoek die werd geplakt.
In figuur 9 zie je de figuur in opbouw: na zeven keer plakken. Na elke keer plakken komt de figuur dichter bij de finishlijn.
We plakken oneindig vaak.

figuur 9



4p 14 Onderzoek met behulp van een berekening of de figuur op den duur de finishlijn overschrijdt.

figuur 10 VWO-B12

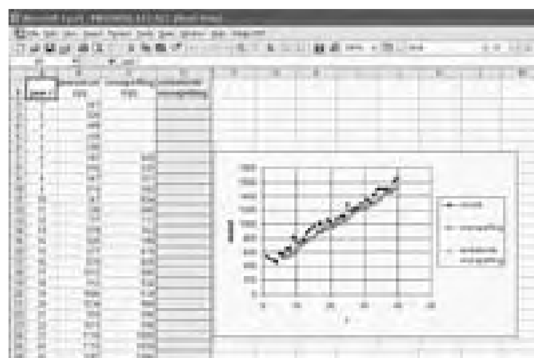
een screening door onafhankelijke docenten hebben de examenmakers zich verkeken op de moeilijkheid van deze opgave. Vooral in het A12-examen was de score op deze opgave dramatisch laag. Kennelijk was de opgave dusdanig abstract dat de leerlingen er geen gat in zagen. Gelukkig bleef de schade beperkt tot twee vragen aan het eind van het examen. Door de N-term te relateren aan de score van de reguliere populatie is hiervoor gecompenseerd. De extra vaardigheid van de compexpopulatie moet zich vertalen in een hoger cijfer voor de compexpopulatie. Op deze manier kan de hoogte van de N-term bepaald worden. De scores op de afzonderlijke vragen zijn terug te vinden ***in tabellen 20 en 21*** [VWO A1-compex 2007, VWO A12-compex 2007].

VWO A1 compex

De eerste opgave, *Gemeenteraadsverkiezingen*, vertoonde grote gelijkenis met de opgave *Restzetels* uit het reguliere A1-examen. De eerste vraag was zelfs vrijwel identiek. Alleen beschikte de compexpopulatie over een Excel-werkblad met daarin de aantallen uitgebrachte stemmen op de verschillende partijen. De score van de twee populaties op deze vraag was (zoals verwacht) nagenoeg identiek. De laatste vraag van deze opgave bleek lastig. Met behulp van de schuifbalk wisten veel leerlingen nog wel te vertellen wat het minimale aantal stemmen op de VVD had moeten zijn om ze een extra zetel te geven, maar het aantonen met behulp van een berekening leverde de nodige problemen op. Deze eerste opgave kwam toch op een zeer behoorlijke gemiddelde p'-waarde van 70.
De opgave *Prognose* bevatte drie vragen. Deze opgave ging over het feit dat bij lineaire omzetgroei de voorspelling, gebaseerd op het gemiddelde van de laatste 4 of 5 jaar, structureel te laag is. De eerste vraag had betrekking op de kennis van de $\sqrt{n}$ -wet. Leerlingen moesten kiezen of de standaardafwijking van het gemiddelde van vier waarnemingen een kwart dan wel de helft is van de standaardafwijking van een enkele waarneming. 85% van de leerlingen scoorde 0 punten op deze vraag, waarmee is aangetoond dat de leerlingen dit erg moeilijk vonden. De tweede vraag, waarbij de tabel ingevuld diende te worden, ging nog wel goed (p' = 77), maar op de laatste vraag waarbij enig inzicht in de context vereist was, werd heel slecht gescoord.
Alles op een rijtje zettend (en tevens rekening houdend met de vergelijking met de reguliere populatie), volgt hieruit een N-term van 1,2 waarbij een percentage onvoldoende hoort van 22% en een gemiddeld cijfer 6,3.

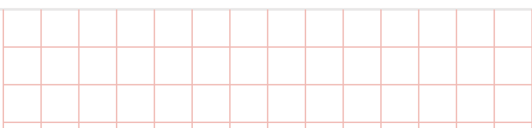
VWO A12 compex

De eerste opgave, *Presidentsverkiezingen*, ging over het kiesstelsel in de Verenigde Staten.



figuur 11 VWO-A12 Compex, Excel-werkblad bij vraag 19; gedeeltelijk

Iedereen weet dat iemand daar president kan worden met minder dan de helft van de stemmen. Deze opgave ging op zoek naar het minimale aantal stemmen dat iemand nodig heeft om tot president gekozen te worden. Hiervoor kreeg de leerling de beschikking over de aantallen inwoners en het aantal kiesmannen van elke staat. De leerling werd een klein beetje op weg geholpen, maar moest toch ook veel zelf doen. Het antwoord op de vraag wat het minimale aantal stemmen (uitgedrukt in procenten van het aantal inwoners) is, is zowel verrassend als schokkend: 22%. Dat er nog steeds docenten zijn die beweren dat ze de meerwaarde van het compex-examen niet zien, vinden we jammer. Vooral met deze opgave denken we dat de meerwaarde wel heel zichtbaar is.
De opgave *Presidentsverkiezingen* bevatte vier vragen. De eerste was erg eenvoudig. De tweede herbergde een onzuiverheid. Hoewel uit de context duidelijk was geworden dat gezocht moest worden naar het minimale aantal inwoners waarmee meer dan de helft van het aantal kiesmannen werd verkregen, stond dit niet ondubbelzinnig in de vraag. Gevraagd werd naar minimaal 270 kiesmannen uit de staten met het kleinste aantal inwoners per kiesman. De op deze manier gevonden staten hadden 271 kiesmannen. Daarmee hadden ze wel het laagste aantal inwoners per kiesman, maar (na een omwisseling) kon toch met minder inwoners meer dan de helft van de kiesmannen verkregen worden.
Deze laatste omwisseling was niet nodig wanneer je de vraag 'sec' leest. Om voor deze onzuiverheid te corrigeren is de N-term extra opgehoogd.
De laatste vraag over de prioriteiten waar het systeem uit de doeken wordt gedaan hoe van aantallen inwoners naar aantallen kiesmannen wordt gegaan, was niet eenvoudig maar wel te doen (p' = 39).



De laatste opgave, *Prognose*, bestond uit drie vragen. De opgave had dezelfde achtergrond als bij A1 (zie hierboven), maar nu werd de lineair toenemende omzetgroei gemodelleerd door er toevallige schommelingen bij op te tellen. De eerste vraag was nog wel doenlijk (***zie pag. 25***). Daar werd gevraagd wat de invloed was van de parameters *a* en *b* op het verschil tussen de voorspelling en de jaaromzet. De laatste twee vragen daarentegen werden erg slecht gemaakt met p'-waarden van respectievelijk 12 en 4. De formulevaardigheid van de tweede vraag en het inzicht in de context, nodig voor de derde vraag, waren kennelijk teveel gevraagd voor de gemiddelde A12-leerling. Deze constatering is meer dan een open deur. Het geeft input voor de evaluatie en zal zeker in komende examens verwerkt worden.
De constatering dat de compexleerling geen recht zou zijn gedaan en dat men dus maar beter met compex kan stoppen, is in onze ogen niet terecht. De cijfers zijn wel degelijk gekoppeld aan het reguliere examen en de compexleerling heeft toch een extra vaardigheid opgedaan. Dat hij dit op twee vragen in het examen niet heeft kunnen tonen, neemt niet weg dat hij er in de rest van zijn leven wel degelijk profijt van zal hebben.
Conclusie is dat dit examen werd afgerond met een N-term van 1,8 waardoor 23% van de leerlingen een onvoldoende kreeg en het gemiddeld cijfer op 6,4 uitkwam.

Tabel 1 – Leerlingenaantallen 2007

VMBO	
Wiskunde CSE GL/TL	40345
Wiskunde CSE KB	27050
Wiskunde CSE BB	12948
Wiskunde CSE BB digitaal	8671
totaal	88344

HAVO	
Wiskunde A12	21753
Wiskunde B1	[illegible]
Wiskunde B12	5381
totaal	[illegible]

VWO	
Wiskunde A1	3317
Wiskunde A1-compex	[illegible]
Wiskunde A12	11787
Wiskunde A12-compex	715
Wiskunde B1	11516
Wiskunde B12	7326
totaal	37503

Tabel 2 – Verzamelde N-termen

1e tijdvak 2007	VMBO			HAVO			VWO					
	BB	KB	GL/TL	A12	B1	B12	A1	A1 compex	A12	A12 compex	B1	B12
N-term	2	2,5	1,5	1,4	0,7	2	0,7	1,2	0,7	1	0,7	1,0
gemiddelde	6,6	6,2	6,2	6,[illegible]	6,7	6,3	6,7	6,3	6,1	6,4	6,8	6,4
% onvoldoende	32	23	29	34	23	25	30	22	30	23	31	32

Tabel 3 – VMBO BB vanaf 2003

jaar	N-term	gemiddelde	percentage onvoldoende	correctie tem. fouten
2007	1,7/1,8	6,4/6,6	27/23	0,2
2006	1,4	5,8	34	
2005	1,8	6,3	30	
2004	0	7	8	
2003	3,4/3,5	5,7/5,8	20/19	0,1

Tabel 4 – VMBO BB 2007

opgave	Munten sparen					Champagnetoren			Kipperhok				Hartslag				Studeerkamer				Beschermer van planten		
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23
max. score	1	2	3	3	2	1	2	3	2	1	3	2	1	3	2	3	2	2	3	3	1	2	3
p-waarde	53	53	61	37	23	75	83	38	56	57	71	45	93	84	37	55	65	49	56	79	80	85	30

Tabel 5 – VMBO BB 2007 digitaal

opgave	Hartslag			
vraagnr.	4	5	6	7
max. score	1	3	1	2
p-waarde	27	64	59	20

Tabel 6 – VMBO KB 2007

opgave	Helikopter				Volleybal				Vaas					Sauna				Wandkleed				Berg wandeling			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
max. score	3	4	3	4	2	4	4	3	4	3	2	4	2	3	3	2	3	2	4	3	4	3	2	2	5
p-waarde	76	41	48	28	55	73	34	50	23	24	27	17	31	58	21	40	24	40	43	16	7	54	58	58	11

Tabel 7 – VMBO GL/TL 2007

opgave	Volleybal				Vaas				[illegible]				Wandkleed						[illegible]			Helikopter			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
max. score	2	4	4	3	4	6	4	2	2	2	3	4	2	4	3	4	3	6	1	3	4	3	4	3	4
p-waarde	53	17	17	70	26	10	41	20	72	72	15	70	29	29	19	5	52	4	70	26	41	70	47	77	29

Tabel 8 – VMBO Overlap KB – GL/TL

	opgave	Helikopter				Volleybal	Vaas			Wandkleed			
	max. score	3	4	3	4	4	4	4	2	2	4	3	4
KB	vraagnr.	1	2	3	4	8	9	12	13	18	19	20	21
	p'-waarde	75	41	48	25	73	33	17	31	40	43	16	7
GL/TL	vraagnr.	22	23	24	25	2	5	7	8	13	14	15	16
	p'-waarde	83	47	51	16	87	36	[illegible]	50	56	54	36	13
	verschil in p-waarden	5	6	8	11	14	3	24	19	19	12	10	9

Noot (red.)

[1] De centrale examens (opgaven, bijlagen, correctievoorschrift) kunnen worden gedownload via de website van Cito (*www.cito.nl*); vmbo: *www.cito.nl/vo/ce/vmbo/ex2007/eind_fr.htm* havo/vwo: *www.cito.nl/vo/ce/havovwo/ex2007/eind_fr.htm*

Over de auteurs
Anita de Bruijn, Kees Lagerwaard, Ger Limpens, Paul van der Molen, Melanie Steentjes en Gerard Stroomer zijn wiskundemedewerkers en examenmakers van Cito te Arnhem (website: *www.cito.nl*).
Hun e-mailadressen zijn achtereenvolgens *anita.debruijn@cito.nl*, *kees.lagerwaard@cito.nl*, *ger.limpens@cito.nl*, *paul.vandermolen@cito.nl*, *melanie.steentjes@cito.nl* en *gerard.stroomer@cito.nl*.

Tabel 9 – HAVO A12 2007

opgave	Marathon					Goedkoop vliegen				Verspreiding Euromunten					Printerinkt					Badkamer-tegels		
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
max. score	3	4	3	4	3	3	7	3	4	3	6	3	4	4	3	3	4	4	4	3	4	6
p-waarde	69	66	75	70	71	39	20	26	11	63	16	72	60	59	30	36	19	59	32	70	26	12

Tabel 10 – HAVO B1 2007

opgave	De wet van Moore				Lichaamslengte van mannen en vrouwen				Mobiele telefoon			Pakjespel					Machtsfuncties en rechte lijn			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max. score	3	3	5	6	3	3	4	4	3	3	3	3	4	3	3	3	5	4	5	4
p-waarde	53	77	72	60	54	54	63	70	54	54	54	78	20	52	61	34	62	85	33	44

Tabel 11 – HAVO B12 2007

opgave	De wet van Moore			Wortelfuncties			Afgeknotte piramide			Mobiele telefoon			Klimaatspel				Wandelende duinen		
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max. score	3	3	4	4	4	5	4	3	3	3	5	5	4	4	3	5	4	4	7
p-waarde	96	97	[illegible]	[illegible]	35	41	[illegible]	72	50	67	71	85	74	75	44	42	29	50	47

Tabel 12 – VWO A1 2007

opgave	Restzetels				Rijexamen			Verhoudingen				IQ					Groenbelegging		
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max. score	4	3	3	3	3	[illegible]	4	4	[illegible]	3	4	4	3	[illegible]	[illegible]	5	3	3	8
p-waarde	61	47	69	55	55	32	14	56	34	46	38	68	54	55	45	37	50	27	22

Tabel 13 – VWO A12 2007

opgave	Restzetels				Rijexamen				Gevoelstemperatuur			Honingbijen					IQ			
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max. score	4	5	5	5	5	4	4	6	5	3	4	[illegible]	[illegible]	1	1	1	[illegible]	4	[illegible]	5
p-waarde	55	50	50	45	[illegible]	45	58	41	27	[illegible]	36	81	80	70	53	30	80	87	85	[illegible]

Tabel 14 – VWO overlap A1 – A12

	opgave	Restzetels			Rijexamen			IQ	totaal
A1	vraagnr.	1	2	3	5	6	7	13	
	max. score	4	3	3	5	4	4	8	28
	p-waarde	61	57	50	65	38	14	54	37
A12	vraagnr.	1	2	3	5	6	7	17	
	max. score	4	3	[illegible]	5	4	[illegible]	3	[illegible]
	p-waarde	95	61	50	62	40	24	65	[illegible]

Tabel 15 – VWO A1 / A12 vanaf 2004

	p' waarden in overlap	
jaar	A1	A12
2007	77	71
2006	46	81
2005	53	81
2004	53	72

Tabel 16 – VWO B1 2007

opgave	Podium-verlichting			Een familie parabolen			Twee kuipkempen		Brievenweger				Krabbel				De functie $f(x) = a^x$			
vraagnr.	1	2	3	4	5	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max. score	2	5	9	4	5	5	3	4	9	4	4	9	4	4	4	4	4	4	4	5
p' waarde	70	74	80	67	68	41	86	67	70	47	54	47	54	30	50	38	48	24	74	40

Tabel 17 – VWO B12 2007

opgave	Podium-verlichting			Krabbel			Cirkelinhoud			De functie $f(x) = a^x$				Driehoeken plakken	Brievenweger				Spiegeltjes op een cirkel	
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
max. score	3	5	5	4	4	4	4	4	4	4	4	4	5	5	3	4	4	3	4	4
p' waarde	82	81	81	67	60	73	75	64	20	82	46	74	44	46	75	54	55	53	44	40

Tabel 18 – VWO overlap B1 – B12

	opgave	Podium verlichting			Brievenweger				Krabbel			De functie $f(x) = a^x$		
B1	vraagnr.	1	2	3	9	10	11	12	13	15	16	17	18	19
	max. score	3	5	6	3	4	4	3	4	4	4	4	4	4
	p' waarde	70	74	80	70	47	54	47	54	50	38	48	24	74
B12	vraagnr.	1	2	3	15	16	17	18	4	5	6	10	11	12
	max. score	3	5	6	3	4	4	3	4	4	4	4	4	4
	p' waarde	82	81	81	75	54	56	53	67	60	73	82	46	74

Tabel 19 – VWO overlap A1/A12 regulier – compex

	A1		A12	
	regulier	compex	regulier	compex
gehele examen	p' = 50,8	p' = 48,5	p' = 60,7	p' = 50,6
overlapdeel	p' = 51,2	p' = 48,2	p' = 64,5	p' = 50,0
%-cesuurdaling	3,5	2	0,7	1,5
gemiddeld cijfer	5,1	4,8	6,1	5,4
% onvoldoende	50%	62%	30%	50%

Tabel 20 – VWO A1-compex 2007

opgave	ID					Groenbelegging			Rijexamen			Verhoudingen		Gemeenteraadsverkiezingen			Prognose		
vraagnr.	1	2	3	4	5	5	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max. score	3	4	3	2	2	2	5	8	2	4	4	3	2	4	6	4	2	4	5
p' compex	30	27	31	46	42	62	47	60	52	32	[illegible]	53	54	63	24	42	[illegible]	[illegible]	[illegible]
p' regulier	50	57	36	16	37	66	37	37	56	35	14	66							

Tabel 21 – VWO A12-compex 2007

opgave	IQ			Gevoelde temperatuur			Rijexamen				Honingbijen		Presidents-verkiezingen				Prognose		
vraagnr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
max. score	3	4	3	2	7	6	5	4	4	6	3	5	3	6	3	5	4	4	6
p' compex	27	29	72	78	65	45	67	41	25	47	78	23	53	10	72	18	49	19	4
p' regulier	55	57	90	77	84	85	62	42	22	44	58	22							

Koningin of boze fee?

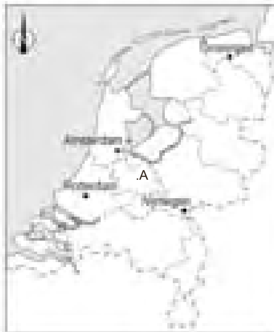
CSE VMBO-KB 2007-1: EEN MOEILIJK EXAMEN

[Fred Kloppenborg]

Het is half vier als Amanda met een rood hoofd het examenlokaal verlaat. Ze slaat meerdere malen met haar vuist tegen de muur van de gang en voegt zich dan bij een groeiende rij medeleerlingen voor de kamer van de teamleider.
Twee uur daarvoor.
Mijn leerlingen van Techniek en Economie zitten aan hun tafels in de kantine, die van Zorg&Welzijn in lokaal 3. Ik heb mijn openingstoespraak gehouden met als boodschap: *Jullie hebben eigenlijk bijna allemaal goed je best gedaan dit jaar; nu komt het er op aan. Gebruik de gehele twee uur om je examen te maken, blijf proberen, schrijf alles op wat je weet, en, stel me niet teleur, maar vooral, stel jezelf niet teleur. Het is jullie allerlaatste examen, en meteen het mooiste: de koningin van jullie centrale examens!*

Helikopter

Om snel medische hulp te kunnen bieden, staan in vier plaatsen in Nederland speciale helikopters. Zie onderstaand kaartje.



Voor de beantwoording van de vragen 1 en 2 staat dit kaartje vergroot op de uitwerkbijlage.

3p **1** In plaats *A* is medische hulp nodig. Zie de uitwerkbijlage. De helikopter uit Amsterdam wordt ingezet en vliegt naar plaats *A*.
→ Bereken hoeveel kilometer de afstand tussen Amsterdam en plaats *A* is. Schrijf je berekening op.

4p **2** Op een andere plaats is de helikopter uit Rotterdam nodig. De piloot krijgt als aanwijzing een koers te vliegen onder een hoek van 170° over een afstand van 55 km.
→ Geef in de tekening op de uitwerkbijlage met de letter *P* de plaats aan waar de helikopter uit Rotterdam nodig is. Laat de hulplijnen staan om duidelijk te maken hoe je aan je antwoord komt.

In de uitwerkbijlage bij de vragen 3 en 4 is voor de plaatsen Groningen en Nijmegen het gebied aangegeven waar de helikopters ingezet kunnen worden. Dit heet het bereikbare gebied van de helikopters. Dit gebied is voor de vier helikopters even groot. Voor de helikopters van Amsterdam en Rotterdam is het bereikbare gebied nog niet getekend.

3p **3** Kleur of arceer op de uitwerkbijlage het gemeenschappelijke gebied in Nederland dat door de helikopters uit Amsterdam, Rotterdam **en** Nijmegen kan worden bereikt.

figuur 1 VMBO-KB

Passer
Het werk wordt uitgedeeld en ik ga op de rand van het podium zitten, blader door de opgaven.
Bij de eerste opgave, *Helicopter* (***zie figuur 1***), al gaat er een schok door me heen: ze hebben een passer nodig! Maar hoeveel leerlingen hebben dat 'toegestane hulpmiddel' bij zich? In mijn methode komt het gebruik daarvan zo zelden voor, dat ik voor die momenten oplossingen heb gevonden: een vel met gekopieerde cirkels voor het maken van cirkeldiagrammen.
Hier en daar geef ik aanwezige passers door. Een aantal kandidaten trekt zich van het ontbreken ervan niets aan. Ze bedenken creatieve oplossingen, tekenen acceptabele cirkels uit de hand, drukken de gegeven cirkel door op een los vel en knippen dat uit, zetten tientallen punten, afgemeten met hun geo, en verbinden die tot een cirkel. En ze kijken erbij of het de normaalste zaak is. Dat is nog eens probleemoplossend handelen, denk ik licht gerustgesteld.

Wanhoop
Maar het duurt niet lang of een gevoel van wanhoop slaat toe onder de kandidaten: je hoort gezucht, er zijn rode hoofden, vingers. *Meneer, ik snap niet eens wat ze vragen!* Opgaven als '*Vaas*' en '*Wandkleed*' eisen hun tol (zie opvolgend ***pag. 4*** en ***figuur 2***).
Tussendoor ga ik even langs bij mijn leerlingen van Zorg&Welzijn in het daarnaast gelegen lokaal. Ook daar worden signalen afgegeven: ze zuchten hoorbaar, halen hun schouders op, schudden hun hoofd, rollen met hun ogen.

Ik begin me nu langzamerhand werkelijk zorgen te maken. Vraag me af, of dat voorgaande jaren ook zo was. Ik kan me dat eigenlijk niet herinneren.

Had ik maar geen wiskunde gekozen

Als de tijd om is, neem ik het examenwerk in. Veel leerlingen hangen nog tobberig en bezweet boven hun werk. *Meneer, dit is echt te moeilijk*, zuchten ze bijna allemaal.
Bij de kamer van de teamleider is er even later een oploop: een rij leerlingen, bijna allemaal meisjes van Z&W, doet hun beklag over het examen. Enkelen staan te huilen.
Dit kan echt niet, zo zakken we allemaal. Had ik maar geen wiskunde gekozen. En ik had nog wel zo hard geleerd, ben zelfs nog een paar keer extra gekomen vorige week; allemaal voor niks.
Patty, eigenlijk de enige leerling die tot aan de laatste les toe hard heeft gewerkt, kijkt me donker aan: *U had ons wel eens beter kunnen voorbereiden,* sist ze me toe.
Ik zeg de groep, dat het me ook vreselijk moeilijk leek, maar dat er in zulk soort gevallen een opwaardering zal komen. *Daar kun je zeker van zijn*, benadruk ik.
Ze kijken me misprijzend aan.
Maar hoe kunnen ze nou opwaarderen, als je bijna niks hebt opgeschreven. Ik kreeg gewoon een black-out, omdat het helemaal niet leek op wat ik had geleerd.
Dit was echt de rottigste dag op school, ik heb me nog nooit zo stom gevoeld.

Het zegt zich voort. Leerlingen uit de derde klassen die voor het volgend jaar wiskunde hebben gekozen als keuzevak, komen langs, zeggen: *Ik geloof dat ik toch maar aardrijkskunde ga doen. Het wiskunde-examen is zo moeilijk, dat hoor ik van de vierdeklassers. Daar kun je echt geen voldoende voor halen!*

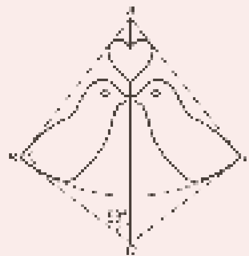
Nakijken

Het nakijken vind ik normaal gesproken een prettig-spannende activiteit. Trek me terug op mijn werkkamer, zet muziek op, mopper bij stomme fouten, juich bij slimme en onverwachte oplossingen.
Deze keer geen muziek, ik maak me ernstige zorgen, zou het corrigeren het liefst lang uitstellen, maar er is geen ontsnappen mogelijk, ik heb het werk al twee dagen laten liggen. Eerst bel ik rond naar bevriende collega's van scholen in de buurt. Consternatie alom over de te hoge moeilijkheidsgraad.

Wandkleed



Irene wil een wandkleed maken en gebruikt het wandkleed dat hierboven staat afgebeeld als voorbeeld voor een eigen ontwerp.
Ze begint met vlieger ABCD waarin het bovenste hartje, twee vogeltjes en een deel van een cirkel getekend worden. Je ziet dat in de tekening hieronder.



Hoek C in driehoek ABC is 53° en hoek B in driehoek ABC is 90°.

3p 13 Toon aan dat hoek BAD 74° is.

4p 14 In werkelijkheid is de lengte van AC 25 cm.
→ Teken vlieger ABCD op schaal 1 : 5. Het hartje, het deel van de cirkel en de vogeltjes hoef je niet te tekenen.

figuur 2 VMBO-KB (GLTL: vragen 13 t/m 15)

Ik geloof dat ik maar van de Dom spring, zegt er een licht schertsend. *Ik ben eerst de hele avond met de hond gaan wandelen*, zegt een ander.
Wat heb ik fout gedaan dit jaar, denk ik zelf. Mijn eigen enthousiasme voor het vak is niet veranderd, mijn inhoudelijke aanpak ook niet. Alle jaren leidde dat toch tot goede cijfers voor het centraal schriftelijk examen, steeds boven het landelijk gemiddelde. Mede daarom kozen zoveel leerlingen voor wiskunde. En nu voorzie ik een ramp, verwacht dat leerlingen zullen zakken 'dankzij' wiskunde.
Uiteindelijk zet ik me aan het nakijken, vraag voor vraag. Af en toe, te snel eigenlijk, las ik een pauze in. Nul punten in de kantlijn van het werk van mijn leerlingen noteren kost weinig tijd…

Als ik de volgende dag bij de laatste opgave ben gekomen, breekt mijn hart bij het lezen van de vele opmerkingen die onderaan staan genoteerd, zoals: *Meneer, ik heb hard geleerd, maar het was zo vreselijk moeilijk; ik snapte er echt niets van. Ik hoop dat ik toch nog een voldoende haal. –X– , Daisy.*
Nou dat zit er niet in, denk ik. *Ze zullen beslist opwaarderen*, zeg ik, probeer mezelf te overtuigen. *Als ze voor 30 van de 78 te behalen punten een 6,0 geven, dan redden ze het wel.* Maar ik weet dat een dergelijke optie uiterst onwaarschijnlijk is; dat zou ongekend zijn.

Ik stuur het werk van mijn leerlingen naar de tweede corrector. Na een paar dagen belt hij me op. Ik vertel hem dat ik vind dat ze het slecht hebben gemaakt.

Meneer, ik ben jaloers op uw resultaten. Maar mijn humeur wordt er niet beter van. Wel voel ik me gesterkt in mijn inschatting wat betreft de moeilijkheidsgraad.

N-term

En dan breekt de dag aan dat de scores cijfers worden. Zo vroeg als mogelijk is, log ik in op de Cito-website. Ik geloof mijn ogen niet als ik daar de N-term zie staan: 2,5!
Die avond komen de leerlingen op school om hun voorlopige cijferlijst te ondertekenen. Vijftien daarvan melden zich bij de teamleider met de mededeling dat er een fout in hun lijst staat.
Mevrouw, ik kan nooit een voldoende hebben voor het centraal wiskunde-examen, maar die staat er wel!
Alle jaren geven leerlingen zich op deze avond op voor een herexamen wiskunde, in de overtuiging dat ze een beter cijfer verdienen; dit jaar niet een.
De volgende dag kom ik Amanda tegen, als ik bij de bakker een croissantje haal. Ze heeft er een vakantiebaantje. Ik feliciteer haar met het behalen van het diploma.
Ik had toch nog een voldoende voor wiskunde, dat had ik echt niet verwacht, meneer. Heeft u me gematst of zo?
Nee hoor, dat zou niet eens kunnen. Jullie hebben het gewoon fantastisch gedaan, ik ben trots op jullie allemaal, zeg ik haar.
Zonder te reageren stopt ze mijn aankoop in een zakje, vouwt het dicht.

Over de auteur

Fred Kloppenborg is sinds 1970 werkzaam in het onderwijs, vanaf 1974 in het vmbo. Hij is leraar wiskunde en Nederlands aan het Heerenlanden College te Leerdam.
E-mailadres: *huiz.klopp@planet.nl*

Home > Forum > Algemeen forum > Vergoeding 2e correctie

GELEZEN OP DE NVvW-WEBSITE

J. Heijmans: De schoolleiding hult zich in stilzwijgen over de vergoeding van de 2e correctie. De regels zijn per 1 januari veranderd. Ik ben zo benieuwd hoe dit op andere scholen is geregeld. (…)

W.B.J. Roelofs: Bij ons op school past men gewoon de regeling van vorig jaar toe. Alleen regelt nu de administratie de afhandeling zelf nadat je je aanvraag heb ingediend.

Thijs van der Velden: Alleen de werkelijk gemaakt kosten (reiskosten) kunnen nog gedeclareerd worden; verder geen vergoeding meer…

Leendert Louter: Onze schoolleiding heeft vandaag bekend gemaakt te kiezen voor een eigen regeling: €1,50 per leerling in de 2e correctie.
Ben ik zeer content mee. (…)

P.H.W. (Pieter) Peeters: Bij ons worden ook alleen werkelijk gemaakte kosten vergoed. Helaas!

Edwin Leijten: Ook bij ons gewoon de oude regeling, maar dan uitgevoerd door onze eigen administratie.

Daaf Spijker: En zo wordt duidelijk dat de secundaire (of is het een tertiaire?) arbeidsvoorwaarden in het voortgezet onderwijs per school verschillen...
Is er al een school met lease-auto-mogelijkheden?

Jos Remijn: Bij ons op school wordt 4 euro bruto per leerling tweede correctie uitbetaald, zonder maximum. Daar ben ik wel blij mee, maar die deregulering leidt toch wel tot rare onlogische verschillen.

Aankondiging / BWI-middag 2007

[Annemieke van Goor]

- Hoe verkort je de wachttijden in een ziekenhuis?
- Hoe bevoorraad je zo efficiënt mogelijk geldautomaten?
- Kun je voorspellen of iemand zijn leningen zal terugbetalen?

Nieuwsgierig naar wiskundige toepassingen? Kom naar de BWI-middag op vrijdag 5 oktober!

De BWI-middag is een informatieve middag van de opleiding Bedrijfswiskunde en informatica (BWI) aan de Vrije Universiteit Amsterdam. Deze studie is gericht op het toepassen van wiskunde in combinatie met kwantitatieve en informatietechnologische methoden om bedrijfsprocessen te verbeteren.

De gratis toegankelijke BWI-middag is bestemd voor wiskundedocenten van middelbare scholen. Tijdens de BWI-middag staan wiskundige en informatica-toepassingen in de maatschappij en het bedrijfsleven centraal. De docenten maken op deze manier kennis met vele facetten van toegepaste wiskunde van de opleiding BWI.

Een VU-hoogleraar, een docent en een promovendus geven lezingen over het gebruik van wiskunde in o.a. de zorg en logistiek. Daarnaast vertellen een BWI-alumnus en een BWI-duaal-student over de toepassing van BWI in hun huidige functie bij een ICT-bedrijf en financiële dienstverlener. We sluiten de middag af met een borrel, waarbij u kunt napraten met docenten, BWI-studenten en -alumni, en collega's.

Voor meer informatie, het programmaoverzicht en om u aan te melden voor deze gratis middag kunt u terecht op *www.few.vu.nl/bwimiddag* of bij organisator Annemieke van Goor (e-mailadres: *vangoor@few.vu.nl*).

Dertien in een dozijn

TERUGBLIK OP EEN HAVO-B12-GROEP EN HUN EXAMEN

[Frank van den Heuvel]

Inleiding
Examentijd. Tijd van loslaten. In de hoop en het vertrouwen dat je de leerlingen voldoende bagage hebt meegegeven om op eigen kracht de laatste horde, het CSE, te kunnen nemen. De meesten heb je twee of meer jaar onder je hoede gehad, dus je weet waartoe ze in staat zijn. Bovendien weet je hoeveel tijd en energie je geïnvesteerd hebt, hoezeer ze gewaarschuwd zijn voor de bekende valkuilen en adders onder het gras en hoeveel er geoefend is op de lastiger onderdelen.
Geen vuiltje aan de lucht zou je zeggen.

Of is dit wat al te optimistisch? Houdt u ook zo uw hart vast? Bent u somber over het te verwachten resultaat bijvoorbeeld omdat er meerdere wiskunde-examens (bijna) achteraan in het schema zitten? Schrikt u als stoere leerlingen bij andere examens al vroegtijdig naar buiten komen ('Ik ben al klaar hoor; de onderdelen die ik niet wist heb ik maar open gelaten'), terwijl je weet dat ze elke minuut nodig zullen hebben bij wiskunde? Ik ben altijd blij als ik uiteindelijk het werk onder ogen krijg en het mee lijkt te vallen. Met daarbij natuurlijk wel een stukje frustratie over sommige vragen of de manier waarop ze gesteld zijn. Maar voordat ik daar naar ga kijken, even een beetje achtergrond.

De groep
Dit artikel gaat over het havo-examen wiskunde B12. Ik had een groep van 13 jongens, het restant van de club waarmee ik vorig jaar startte in H4. Toen nog aanmerkelijk groter en gemengd. Toen ook mijn mentorklas. Ondanks (of dankzij?) dat laatste hadden we best een lastig jaar met elkaar.
De inzet en de resultaten waren niet erg naar mijn zin. Dat leidde tot verscheidene discussies over hoe je een toets nu moet voorbereiden en welke strategie je daarbij gebruikt. Hun manier van werken komt op mij vaak over als die van een schaker die nooit een theorie- of oefenboek openslaat, maar steeds achter het bord pas de beste zet gaat zitten verzinnen. De stof lijkt niet erg te beklijven, elke keer is het weer als nieuw voor hen. Dat je, als je in de les een beetje oplet, een toets al voor het overgrote deel kunt voorspellen, lijkt niet bij hen op te komen. Structuren, patronen en verbanden vallen blijkbaar heel moeilijk te ontdekken en te onthouden. Zij zelf daarentegen hadden het idee dat ik niet zag hoe hard ze ervoor moesten werken en dat ze zeker wel hun best deden. Maar de stof was te moeilijk, de vragen waren raar, het werk was te lang en heel anders dan ze geoefend hadden. Of zoiets. De waarheid lag natuurlijk ergens in het midden en gelukkig bleven we wel 'on speaking terms'. De selectie aan het eind van havo-4 deed flink zijn werk en omdat in de loop van dit schooljaar het laatste meisje ook nog afhaakte (zij besloot om toch maar B1-examen te doen), bleven we over met alleen maar mannen.
Een leuke groep om mee te werken. Heel anders dan in H4. Rustiger, beter aanspreekbaar en meer gefocust. De sfeer was ontspannen. Met interesse voor het vak. Er zit talent in de groep, maar echt sterke bèta's zijn het niet.
En dus… bleef het zwoegen! Was het moeilijk om ze aan het werk te houden. Wilden ze graag aan het handje worden meegenomen omdat ze anders zo snel afgeleid werden. Wel waren ze veel bezig met elkaar en met hun positie in de groep. En hadden ze de neiging om zichzelf te overschatten en dachten ze het allemaal te snappen en te beheersen. Dit alles zonder veel en gedegen oefening natuurlijk. Alles netjes uitwerken was ook niet echt noodzakelijk ('op de toets doen we het wel goed hoor'). Als ik ze op fouten wees (en dat kwam nog al eens voor), dan waren dat altijd kleine vergissinkjes of éénmalige missers, geen aanwijzingen dat ze nog echt veel aan de bak moesten.
Maar ze waren ook gretig als ik ze uitdaagde. Ze waren intensief en goed bezig tijdens de presentaties voor de klas over een stukje gonio. Het was leuk om met de hele groep en klassikaal meetkundeopgaven te maken (ik heb heel wat hoeken, afstanden en snijpunten op het bord tevoorschijn getoverd). Elkaar daarbij proberen te overtroeven en vliegen af te vangen ('nee man, eerst een hulpvlak maken'). Op het laatst deden we zelfs hele vette differentieersommen met de product-, quotiënt- en kettingregel door elkaar en in combinatie. Sommige opgaven hadden in een vwo-groep niet misstaan, maar ze lukten gewoon!
Kortom: het ging zoals dat gaat in een groep met alleen maar jongens. Leuk, uitdagend, altijd afwisselend, nooit saai maar vreselijk vermoeiend.
Niets om je zorgen over te maken dus? Nou, dat ook weer niet. In zo'n groep zijn er altijd leerlingen met persoonlijke problemen (motivatie en afwezigheid, gezondheidsproblemen van vader, gedoe met relaties), die de inzet en de resultaten zwaar onder druk zetten. En wat te denken van het volgende, waar gebeurde voorval?
Onderwerp: het oplossen van ongelijkheden. Dus 'tig' keer gememoreerd dat er *uiteraard* een grafiek bij hoort. Ja, je mag daarbij je GR gebruiken, maar er moet een nette schets bij op je blad, inclusief het gebruikte *window*.
Helder en duidelijk? Niet dus! Op de toets had *niemand* van de heren er een grafiek bijgemaakt! Onwil? Onkunde? Of leerlingen met een zo kort en 'flashy' geheugen dat elke opgave weer als nieuw voor ze is en ze ter plekke het wiel weer uitvinden? Als u het weet, mag u het zeggen. Ik was verbijsterd en boos. Maar zijzelf waren net zozeer uit het veld geslagen en konden mij op geen enkele manier duidelijk maken hoe zo'n proces in die koppies in zijn werk gaat. Dat de twee leerlingen die moesten inhalen het presteerden om het ook nog te vergeten (terwijl ze bij de bespreking aanwezig waren geweest), was eigenlijk niet eens meer zo verwonderlijk.

Bij het opmaken van de balans na het volledige SchoolExamen constateerden we dat de uitgangssituatie van de meesten wel

oké was, maar dat de race nog zeker niet gelopen zou zijn. De laatste lessen hebben we daarom besteed aan gericht oefenen met oude examens, met herhalen en het geven van tips en trucs om het CSE strategisch aan te vallen. U kent ze vast: kijk goed naar het aantal decimalen, let op het woordje 'exact', let op het aantal punten per onderdeel, scoor zonodig deelpunten. Helaas werkten vooral de betere leerlingen nog stevig door. Degenen die het hard nodig hadden, 'profiteerden' te vaak van het gegeven dat de lessen facultatief waren. Met als laatste advies om tot aan het examen vooral regelmatig met het vak bezig te blijven, zijn we uit elkaar gegaan. Op naar het moment suprême (wat dus helaas nog flink ver weg was).

Het examen

Omdat niet iedere lezer dit jaar een havo-B12-groep heeft gehad, probeer ik me te beperken tot een aantal zaken en opmerkingen die meer algemeen relevant kunnen zijn voor de examenpraktijk. Althans in mijn ogen dan.
In de eerste opgave (die ging over de *Wet van Moore*) was binnen één context sprake van eenzelfde variabele die bij twee formules niet dezelfde startwaarde had. Ik vind dit eerlijk gezegd wiskundig nogal dubieus en zeker een situatie die leerlingen onnodig punten gaat kosten. Verder vond ik het jammer dat bij vraag 3 al voorgeschreven was welke methode de leerlingen moeten gebruiken. Als ze hier een goede, maar alternatieve oplossing voor hebben gevonden, worden ze alsnog gestraft voor hun originaliteit en creativiteit. Dat kan toch niet echt de bedoeling zijn van een examen dat toch geldt als een laatste proeve van bekwaamheid? Voor mij tonen die leerlingen dat ze zeker niet minder zijn qua beheersingsniveau van wiskunde.
Natuurlijk zaten er ook onderdelen bij die wel of juist niet met de grafische rekenmachine mochten worden aangepakt. En hoezeer je de leerlingen ook voorbereidt op de woorden 'algebraïsch' en 'exact', er zijn toch nog altijd slimmeriken die het verkeerd doen. Zou het een idee zijn om het examen te scheiden in twee delen? Dus niet afschaffen die GR (dat is echt de klok heel ver terug zetten in de tijd), maar wel duidelijkheid verschaffen. Zet er maar gewoon boven: Bij opgaven 1 tot en met x mag de GR niet gebruikt worden en bij $x + 1$ tot en met z juist wel.

Over de meetkundeopgaven van dit examen was ik wel tevreden. Misschien dat het te leveren 'bewijs' voor een oude Egyptische formule (***zie figuur 1***) voor de inhoud van een afgeknotte piramide niet heel spectaculair te noemen was (bewezen ze feitelijk nu wel of niet iets?), en verder had ikzelf liever gekozen voor de formulering 'een vooraanzicht' in plaats van 'in de kijkrichting *EG*', maar dat is detailkritiek. Dit was gewoon een mooi stukje examen, onder meer omdat hier dus wél een onderdeel bij zat (vraag 16, van *Klimtoestel*, voor de liefhebbers) waar je op verschillende manieren de weg naar Rome kon vinden.
Wat me verder opviel was dat er op meerdere plaatsen binnen het werk sprake was van een vraagstelling waarbij het antwoord al was weggegeven. De leerlingen moeten dan controleren, aantonen en/of berekenen dat dit klopt. Twee voorbeelden.

(*Mobiele telefoon*) Bij een telefoon op stand-by-stand met een moderne batterij wordt het spanningsverloop benaderd door de formule $V = 3{,}31 + \dfrac{21}{t - 148}$.
Hierin is V de spanning van de batterij in Volt en t de tijd in uur.
Op tijdstip $t = 0$ is de batterij vol.

De telefoon staat vanaf het ogenblik waarop de batterij net helemaal is opgeladen stand-by totdat de spanning tot 0 is gedaald. In minuten nauwkeurig is deze stand-by-tijd gelijk aan 141 uur en 39 minuten.
>> Laat dit met een berekening zien.

(*Wandelende duinen*) Het rechterdeel na de top van het duin, dat ligt tussen de punten (41; 6,37) en (52; 0), benaderen we met het lijnstuk dat die punten verbindt.
De formule die hierbij hoort, is van de vorm $h(x) = ax + b$. Door berekening blijkt dat $a \approx -0{,}58$ en $b \approx 30{,}11$.
>> Toon dit met een berekening aan.

Wat is de diepere bedoeling achter dit soort vraagstelling? Je lokt zo toch uit dat leerlingen naar het antwoord gaan toerekenen en gaan invullen om het te controleren. Volgens het correctievoorschrift (CV) moet je dit laatste zwaar afstraffen, maar eerlijk gezegd vraag ik me bij onderdeel 18 af wat er (wiskundig gezien) mis aan is als je bij een lineair verband (dat was immers gegeven in de som zelf) laat zien dat de twee gegeven punten inderdaad op de lijn van de gegeven uitkomst liggen. Als dat klopt, dan kunnen er toch geen andere waarden voor a en b meer zijn want een rechte lijn wordt door twee punten eenduidig bepaald.
Zou het een idee zijn om ook bij het examen met reserveantwoorden te werken, net zoals ik bij een schoolexamen wel eens doe? ('Als je deze opgave niet hebt kunnen maken, reken dan verder met de waarden $a = \ldots$ en $b = \ldots$') Dit zorgt er voor dat ze op eigen kracht een onderdeel moeten kunnen maken (of niet), maar voorkomt tegelijkertijd dat ze in de rest van de opgave gaan vastlopen.
Als toetje van het examen is er een mooie vraag die goed past bij de context van de 'wandelende duinen'. Maar wat jammer dat zo'n onderdeel van maar liefst 7 punten helemaal op het einde staat. Hoeveel leerlingen hebben dan nog de kracht, de energie en de inventiviteit om dit goed te doen? Ik vind het geheel toch al aan de fors lange kant, dus ook hier gaat matig op gescoord worden, vrees ik.

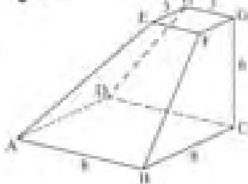
Even terugkijken op het geheel. Een heel aardig examen, met hier en daar vervelende formuleringen en voorgeschreven methodes. Maar wel leuke contexten en een mooie spreiding over de stof. Niet helemaal afgewogen tussen *exact* (voorbode van meer algebra de komende jaren?) en *GR* (de 'natuurlijke' methode van de leerlingen). Beetje lang, veel tekst (dyslecten en andere mindere taalgoden zijn in het nadeel) en veel punten op het eind nog te verdienen. Volgens mij is het cliché 'moet goed te doen zijn' deze keer nog waar ook. Als docent ben ik tevreden, nu de leerlingen nog. Helaas ben ik niet op school als het werk gemaakt wordt, dus hoor ik geen rechtstreekse reactie van de slachtoffers.

De regiovergadering

Ik vind het (bijna) altijd leuk en zinvol om naar de regionale besprekingen te gaan. Op het NVvW-forum barst de discussie al snel los (en wordt er ook gezeurd, zo links en rechts). Valt het u ook op, op welke tijden er soms berichten worden gepost? Hebben die collega's niets beters te doen op die tijden? Toch kies ik er voor om live uit te wisselen en af te reageren. Je krijgt meteen een beeld waar men zoal over struikelt (of juist niet) en op welke slakken het zout komt te liggen. En natuurlijk even bakkeleien over stapelen en sprokkelen. Gelukkig

Afgeknotte piramide

Van een afgeknotte piramide $ABCD.EFGH$ zijn het grondvlak en bovenvlak vierkanten. Het grondvlak heeft zijden van 8 cm en het bovenvlak heeft zijden van 3 cm. De ribbe CG staat loodrecht op het grondvlak en heeft een lengte van 6 cm. Zie figuur 1.



4p **7** Bereken de hoek die AE met het grondvlak $ABCD$ maakt.

Op de uitwerkbijlage is op schaal 1 : 2 een begin gemaakt met een uitslag van deze afgeknotte piramide.

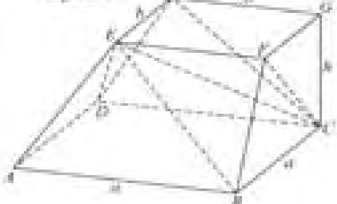
5p **8** Maak deze uitslag af. Zet alle letters er op de juiste plek bij.

Egyptische wiskundigen hebben zich in de oudheid al bezig gehouden met inhoudsformules van piramides en afgeknotte piramides. Voor de inhoud van een afgeknotte piramide met vierkant grondvlak en bovenvlak vonden zij de volgende formule:

$I = \frac{1}{3}ha^2 + \frac{1}{3}hb^2 + \frac{1}{3}hab$

Hierin is:
a de lengte van de zijde van het grondvlak;
b de lengte van de zijde van het bovenvlak;
h de hoogte van de afgeknotte piramide.

Voor de volgende vraag bekijken we zo'n afgeknotte piramide $ABCD.EFGH$ waarvan ribbe CG loodrecht op het grondvlak staat. Zie figuur 2.
$ABCD$ is een vierkant met zijde a en $EFGH$ is een vierkant met zijde b.
De afgeknotte piramide is opgedeeld in de volgende vier piramides:
$E.ABCD$, $C.EFGH$, $E.BCF$ en $E.HDC$.



5p **9** Leid de formule van de Egyptenaren af met behulp van de inhoud van deze vier piramides.

figuur 1 HAVO-B12

wordt er de laatste jaren steeds minder gesprokkeld. Voor diegenen die niet weten wat hiermee bedoeld wordt: we spreken van 'sprokkelen' als je een kandidaat punten geeft voor een stap in een oplossing die doet denken aan een regel uit het CV, maar die wiskundig niet veel om het lijf heeft (omdat de leerling op een totaal verkeerd spoor zit). Bijvoorbeeld: In het CV staat: 'voor de conclusie: 1 punt'. Dan mag je een leerling niet zomaar een punt geven als er iets op papier staat wat op een conclusie lijkt, maar die niets met de opgave zelf te maken heeft. De discussie hierover zal overigens wel van alle tijden blijven, vrees ik. Onze bespreking in Amersfoort verliep overigens prima: we waren het snel eens en ook op tijd klaar.

De resultaten

Na het zoet, nu het zuur!
Het valt tegen. Veel zaken die we besproken en geoefend hebben, worden alsnog slecht gemaakt. Alle valkuilen en adders blijken aanwezig en in veel te grote mate. Leerlingen verliezen punten door het gebruik van een alternatieve methode waar dat niet mocht. Dus scoort niemand een punt bij opgave 3! De meetkunde gaat daarentegen wel goed. Zou dat dan toch een 'bewijs' zijn dat je veel en veel meer geleid en klassikaal moet behandelen? Dat hebben we bij dit onderdeel immers wel gedaan dit jaar!
Aan het eind werden ze zichtbaar moe. De laatste onderdelen gaan zeer matig of ontbreken zelfs geheel. De gemiddelde scores die rondgaan op het forum, haal ik bij lange na niet. Genoeg om over na te denken, ook voor mezelf. En afwachten wat de N-term wordt; dat kan voor een aantal de dood of de gladiolen betekenen!

Conclusie

N-term 1,4; de schade valt mee. Natuurlijk zijn er de schrijnende zakkers, de mazzelende slagers en de teleurgestelde herkansers die hun energie nogmaals bij elkaar moeten scharrelen. Maar over het geheel kan ik toch wel tevreden zijn. Het resultaat doet in grote lijnen recht aan wat deze jongens in hun mars hebben of wat ze afgedwongen hebben door al dan niet hard te werken. Wat ze van wiskunde meenemen valt nog te bezien. Of dit de voorhoede gaat worden van Nederland-Kennisland op hbo-niveau, weet ik ook niet. Toch vertrouw ik er op dat ik ze voldoende bagage heb meegegeven om de volgende fase van hun leven in te gaan. Wie weet of onze wegen elkaar nog ergens gaan kruisen (of was het toch snijden?).
Ik hoop dat ze zich iets van mijn gedrevenheid en enthousiasme voor dit mooie vak zullen herinneren. Maar misschien is het alleen maar die irritante gewoonte om niet te snel tevreden te zijn en altijd nog weer verder te kijken en door te vragen. Of die les waarin we het zomaar ineens hadden over *i* en de complexe getallen – daar waren ze onmiddellijk erg door geboeid.

Voor mij was het bepaald geen doorsneegroep. En ze waren, in tegenstelling tot de titel van dit artikel, juist geen dertien in een dozijn, maar eerder kerels uit één stuk.
Ik zal ze missen!

Over de auteur
Frank van den Heuvel is docent wiskunde op vestiging 't Hooghe Landt van het Meridiaan College te Amersfoort.
E-mailadres: *f.vd.heuvel@hccnet.nl*

Compex vwo wiskunde A 2007

REACTIE VAN EEN TELEURGESTELDE DOCENT

[André Overbeeke]

Na de vervelende ervaring met het compex-examen vorig jaar[1] was het examen vwo wiskunde A12 wat mij betreft ook dit jaar weer een mislukking. Mijn leerlingen kwamen gedesillusioneerd het computerlokaal uit, grote zuchten slakend.

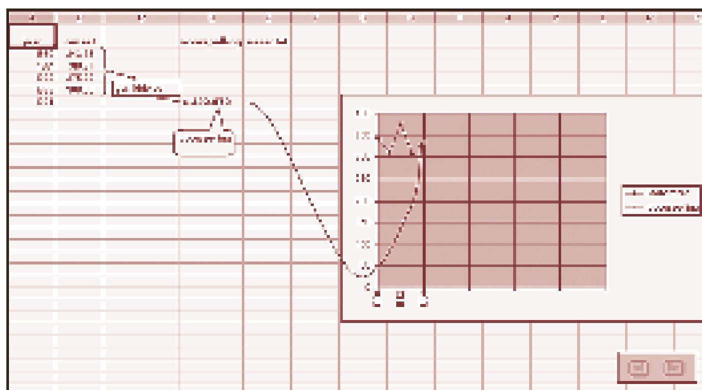
Twee gedeelten

Wat werd er nu eigenlijk gevraagd? Ik kan niet anders dan toegeven dat het reguliere deel op zich eenvoudig was. Het is zoals sommige leerlingen opmerkten: eind vwo-5 was ik ook een eind gekomen.
De recurrente betrekking die er in het reguliere examen namelijk wel in zat, zat er in het compex-examen niet in. Er werd weinig (of was het niets?) gevraagd wat in vwo-6 behandeld is. Toch hadden mijn leerlingen de tijd die voor dit deel beschikbaar was, 2 klokuren, gewoon nodig.
Daarna naar het computerdeel. Ook dit jaar weer een grote hoeveelheid materiaal, waar de kandidaten met moeite doorheen kwamen. Het was inderdaad, zoals een collega (Hans Hilhorst) op het forum van de NVvW opmerkte, alsof je een 'te ingewikkelde abstracte gebruiksaanwijzing voor één of andere miskoop, die je helaas toch maar in elkaar moet zetten' moest lezen. Voor mijn gevoel waren de 'compex-leerlingen' absoluut in het nadeel ten opzichte van de 'gewone'. En dat terwijl ik, na de ramp van vorig jaar, mijn leerlingen extra goed had voorbereid op het compex.

Lange teksten

Neem de opgave over de verkiezingen in Amerika. Hoeveel moest er gelezen worden en nog eens herlezen worden, voordat duidelijk werd wat je in Excel moest gaan doen… Als je zover bent, is het kinderspel! Maar welke wiskundige vaardigheden worden hier nu getoetst? Toetsen we nu leesvaardigheid, of hoe zit het?
De opgave *Prognose* maakt het nog gekker. Een complete bladzijde tekst voordat we bij de eerste vraag komen (zie ***figuur 1*** en ***figuur 2***; zie ook ***pag. 14***). Eenvoudig vraagje trouwens, een van de weinige waar nog punten voor gescoord werden. De andere twee vragen bij deze opdracht staan tussen de rest van de tekst, ook nog bijna een volledige bladzijde. Het aantonen van de formule $J(t) - V(t) = 3a$ kreeg bijna niemand voor elkaar. Ze zien door de bomen het bos niet meer. En dan het laatste onderdeel nog, 6 punten maar liefst. Staren en nog eens staren. O, o, wat ingewikkeld. Maar, de tijd zit er op. De 3½ uur zijn voorbij. Murw geslagen verlaten de leerlingen het lokaal. Een ervaring rijker, een illusie armer.

figuur 1 Eén van de 28 schermbeelden van PROGNOSEDEMO



Onbevredigend

Gemiddelde score van mijn groep op dit onderdeel is 19%. En uit de rapportage van Wolf/Cito blijkt dit ook de gemiddelde landelijke score te zijn. Dit kan toch niet de bedoeling zijn?
Dan is het wachten op de N-term. Zouden ze het net zo dol maken als vorig jaar? Met een N-term van 2,1? Nee, de N-term is voor dit jaar vastgesteld op 1,8. Genoeg om er voor te zorgen dat slechts 3 van mijn 20 leerlingen een cijfer scoren tussen 5 en 5,5 en dat niemand een eindcijfer heeft dat onder de 6 uitkomt. Wat ik dan tóch te zeuren heb? Antwoord: het geeft een onbevredigend gevoel; ik weet niet meer hoe ik mijn leerlingen op dit examen moet voorbereiden.
Achteraf vind ik het ontzettend jammer dat mijn leerlingen niet met het gewone examen hebben meegedaan. Dan hadden ze tenminste nog een beetje het gevoel gehad dat het bestuderen van alle theorie nut heeft gehad.
En nu? Voor mij geen compex meer!

Noot

[1] André Overbeeke: *Compex? Complex!* In: *Euclides* 82-1, september 2006,

Over de auteur

André Overbeeke is werkzaam aan het Calvijncollege in Goes waar hij les geeft aan de twee hoogste klassen van havo en vwo.
E-mailadres: *Ove@calvijncollege.nl*

Prognose

Bedrijven berekenen na afloop van elk kalenderjaar de jaaromzet. Hun jaaromzet verschilt doorgaans van jaar tot jaar. De verschillen worden voor een deel veroorzaakt door toevallige schommelingen en voor een deel door geleidelijke veranderingen. Veel bedrijven willen op grond van de omzet in eerdere jaren een voorspelling doen van de omzet in het komende jaar.
Daarbij neemt men als voorspelling niet de omzet van het laatste jaar, maar het gemiddelde van bijvoorbeeld de laatste vier of vijf jaar. De bedoeling daarvan is dat de toevallige schommelingen min of meer tegen elkaar wegvallen en dus niet te veel invloed hebben op de voorspelling.
Het aantal jaren waarover men het gemiddelde neemt, mag ook weer niet te groot zijn, want als er geleidelijke veranderingen optreden, zeggen omzetgegevens van de laatste paar jaar meer over de omzet van het volgende jaar dan gegevens van lang geleden.
De reeks jaren waarover het gemiddelde wordt genomen, schuift telkens een jaar op. Men spreekt daarom van een voortschrijdend gemiddelde.

Open PROGNOSEDEMO.

Dit is een demonstratie die is opgebouwd uit 28 schermen. Door op de rode pijltjes te klikken kun je naar het volgende of naar het vorige scherm. Wanneer je de demonstratie bekijkt kun je zien hoe bij een bedrijf telkens het gemiddelde van de laatste 4 jaar wordt gebruikt om de jaaromzet van het jaar daarna te voorspellen. De getallen die je ziet zijn in euro's.

Sluit de demonstratie af door op de blauwe pijl te klikken.

Men gaat er vaak van uit dat de jaaromzet een lineaire trend vertoont met toevallige schommelingen ten opzichte van de trendlijn. We willen onderzoeken of het voortschrijdend gemiddelde ook in deze situatie gebruikt kan worden om de jaaromzet van het komende jaar te voorspellen. Daartoe gebruiken we eerst een model dat de jaaromzet lineair laat toenemen zonder toevallige schommelingen.

Open PROGNOSE.XLS Vraag 17.

Voor de jaaromzet $J(t)$ in jaar t geldt $J(t) = a \cdot t + b$. Zie kolom B. De waarden van a en b staan in de cellen G2 en G3. Je kunt deze zelf wijzigen.
In kolom C staat de voorspelling $V(t)$. Dit is de gemiddelde jaaromzet van de afgelopen 4 jaar.
De waarden uit kolom B en C staan ook in de grafiek. Je ziet dat de voorspellingen er steeds wat onder zitten. Wat ook opvalt, is dat het verschil elk jaar gelijk is. We gaan na of en hoe dat verschil afhangt van de gekozen waarden van a en b.

4p **17** Onderzoek met behulp van het werkblad PROGNOSE.XLS Vraag 17 of de waarden van a en b invloed hebben op het verschil tussen $J(t)$ en $V(t)$. Voor welke waarde(n) van a en b geldt dat de voorspellingen $V(t)$ steeds 100 lager zijn dan de werkelijke omzet $J(t)$?

Open het werkblad PROGNOSE.XLS Vraag 18.

Dit werkblad komt grotendeels overeen met PROGNOSE.XLS Vraag 17, alleen is de voorspelling $V(t)$ nu de gemiddelde jaaromzet van de afgelopen 5 jaar in plaats van de afgelopen 4 jaar. Wanneer je in dit bestand een aantal verschillende waarden van a en b uitprobeert, zul je zien dat steeds geldt dat $J(t) - V(t) = 3a$. Dit valt te verklaren met de formule $J(t) = a \cdot t + b$.

4p **18** Laat zien waarom voor iedere waarde van a geldt dat $J(t) - V(t) = 3a$.

figuur 2 VWO-A12 Compex

Oproep deelname enquête 'aansluiting vo-ho'

[Vincent Jonker]

Vanuit het project 'Nationale Kennisbank Basisvaardigheden Wiskunde' (NKBW, in samenwerking met NVvW en SIGMA) is behoefte aan een inventarisatie wat docenten wiskunde vo momenteel vinden van de aansluiting vo-ho. U kunt uw mening over dit onderwerp geven door de enquête online in te vullen op *www.nkbw.nl* (kies dan voor *enquête*).

Onderwerpen uit de enquête:
- de balans tussen 'vaardigheden' en 'redeneren',
- het gebruik van ondersteunende materialen (formulekaart, rekenmachine),
- het wel of niet hebben van concreet zicht op de vervolgopleiding ho.

Bij voorbaat dank voor de genomen moeite (het invullen kost ongeveer een kwartier).

Ongelijkwaardigheid van examencijfers

DE WILLEKEUR VAN DE TWEEDE CORRECTIE

[W.H. Brummelhuis]

Gesjoemel

In herhaald onderzoek naar examencijfers [1] concludeerde hoogleraar Jaap Dronkers dat er tussen 1997 en 2005 een trend te constateren valt naar steeds grotere discrepanties tussen de cijfers voor de schoolexamens en die voor de centrale eindexamens (***zie figuur 1***). Maar ook de tweede correctie werkt mijns inziens gesjoemel in de hand. En wie is hiervan de dupe? De leerling!

Uiteenlopende aanpak tweede correctie

De tweede correctie van het centraal eindexamen is juist bedoeld om gesjoemel en ongelijkheid tegen te gaan. De onderwijsinspectie stelt een tweede correctie van examenwerk verplicht. Docenten kunnen zo'n correctie echter naar eigen goeddunken uitvoeren:

- De tweede correctie is bedoeld om te kijken of de landelijke norm correct wordt toegepast. Wanneer ik met een tweede corrector heel weinig verschillen heb (één puntje meer, één puntje minder) hoeft mijn inziens niet elke leerling besproken te worden. Toch zijn er veel docenten die elk puntje verschil willen bespreken. Zij verliezen in feite de normering uit 't oog. Muggenzifters, noem ik ze. Het is verspilde energie en het wekt irritatie op.
- Anderen nemen een steekproef. Dat betreft meestal alleen leerlingen met vijfjes en zesjes, dus de randgevallen. Alsof de juistheid van de cijfers van de andere leerlingen niet belangrijk is!
- En dan is er een steeds groter wordende groep docenten die het examenwerk voor gezien aftekent zónder tweede correctie uit te voeren. Dit heeft tot gevolg dat eerste correctoren het examenwerk 'bewust' te hoog gaan becijferen. De kans is immers groot dat het werk niet door de tweede corrector wordt nagekeken.

Kortom, dit systeem deugt niet, het is te omslachtig en uit de tijd. Redenen hiervoor zijn mijn inziens de volgende:

a. Het kost docenten teveel tijd. Goed uitgevoerd tweede correctiewerk beslaat al gauw een uur of acht.
b. Er staat geen redelijke vergoeding meer tegenover. Vijfentwintig jaar geleden kreeg je voor elk nagekeken examenwerk werk fl. 7,35 (€ 3,34). Wanneer we uitgaan van een inflatie van 2% per jaar, dan zou dit betekenen dat je nu per nagekeken werk fl. 12,06 (€ 5,47) zou ontvangen. Dat is niet het geval.
c. Als er verschillen blijken te zijn, dan is volstrekt onduidelijk waartoe de bespreking moet leiden. Indien docenten niet tot een akkoord komen, dan wordt er in de regel gemiddeld. Dit gebeurt vaak klakkeloos (om maar van het gezeur af te zijn).

Maatregelen

Het zou het Ministerie van Onderwijs en de Onderwijsinspectie niet misstaan om zich eens over deze problematiek te buigen, en vervolgens maatregelen te nemen. In de afgelopen jaren hebben verschillende partijen twijfels geuit over de betrouwbaarheid van de examinering, zowel vanwege de schoolexamens als vanwege de tweede correctie. In 2006 is de Onderwijsraad nog met een aanbeveling gekomen om het examenwerk eerst door de tweede corrector te laten nakijken en daarna door de docent zelf, een systeem waarmee een flink aantal problemen ondervangen zou worden. (Aan dit systeem kleven ook enkele bezwaren: het zal meer nakijktijd vergen dan het huidige systeem, en wanneer er geen flinke vergoeding tegenover staat zal het niet werken.) Het blijft echter bij adviezen waar niets mee wordt gedaan.

Lees verder op pagina 28 >>

'Gesjoemel met cijfers scholieren houdt aan'

Hoogleraar: schoolonderzoeken opnieuw te makkelijk.

DEN HAAG - Veel middelbare scholen geven eindexamenleerlingen nog steeds te hoge cijfers voor schoolonderzoeken. Vooral op het vwo zouden veel kandidaten zijn gezakt voor hun eindexamen als ze bij de voorafgaande tentamens niet zo goed hadden gescoord.

Dat concludeert onderwijssocioloog Jaap Dronkers na onderzoek naar de verschillen tussen de cijfers voor het schoolonderzoek en het centraal examen in 2005. Dronkers deed eerder een dergelijk onderzoek voor de periode 1997-2004. Daaruit bleek dat middelbare scholieren steeds slechter zijn gaan scoren op het examen, terwijl de schoolonderzoeksresultaten gelijk bleven of zelfs stegen. Volgens Dronkers duidt die tendens op gesjoemel door scholen.

Vooral vrije, particuliere en 'zwarte' scholen geven te hoge cijfers voor het schoolonderzoek. Het verschil met het examencijfer bedraagt gemiddeld meer dan één vol punt.

figuur 1 De Twentse Courant Tubantia vrijdag 8 juni 2007

Vervolg van pagina 26.

Een heel andere optie is afschaffing van de tweede correctie in de huidige vorm. Laat bijvoorbeeld de inspectie een jaarlijkse aselecte steekproef nemen van ongeveer 20 scholen. Wanneer daarbij ontdekt wordt dat een docent werkelijk fraude heeft gepleegd, moeten hier draconische maatregelen tegenover staan, zoals uitsluiting van examenklassen voor de desbetreffende docent. In de maatschappij staat op fraude immers ook een zware straf.

Tot slot

De laatste 30 jaar is er niets veranderd. Zowel bij schoolonderzoeken als bij correctie van examenwerk is sprake van vals spel. Het onderwijs zou zoveel beter kunnen.

Noot

[1] M. de Lange, J. Dronkers (2007): *Groeide de ongelijkwaardigheid van het eindexamen tussen scholen verder in 2005? Discrepanties tussen de cijfers voor het schoolonderzoek en het centraal examen in het voorgezet onderwijs: 2005 versus 1997-2004.* Groningen: ORD2007; paper voor de Onderwijsresearchdagen 2007. Download: *www.eui.eu/Personal/Dronkers/Dutch/eindexamencijfers2007.pdf*

Over de auteur

W.H. Brummelhuis is docent wiskunde te Almelo.
E-mailadres: *brum@studieaccess.nl*

Wiskunde D op het SCE

[Marianne Lambriex]

In dit artikel laat ik de totstandkoming zien van een mogelijk tijdpad voor de verschillende domeinen van wiskunde D over de leerjaren 4 en 5 havo en 4, 5 en 6 vwo.

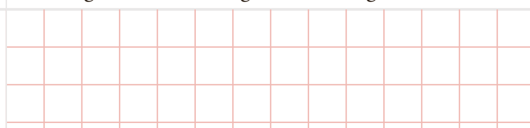
In zee met wiskunde D

Het Stedelijk College Eindhoven (SCE) is een Universumschool[1] en biedt op zowel de havo als het vwo wiskunde D én NL&T aan. Dat is een uitdaging voor zowel de schoolleiding als de sectie wiskunde. Vandaar dat ik blij was dat er door de drie Technische Universiteiten en de Radboud Universiteit (3T(R)U's) de scholing 'In zee met wiskunde D' gegeven werd en dat er in de directe omgeving van mijn school, aan de TU Eindhoven (TU/e), een regionaal steunpunt voor wiskunde D gevormd is. Alle informatie en steun is welkom, dus heb ik de scholing gevolgd en me niet alleen aangesloten bij het regionale steunpunt aan de TU/e[2] maar ben ik ook actief geweest in de daarbij horende kerngroep onder leiding van Hans Sterk. Deze kerngroep bestaat uit verschillende docenten van scholen uit Eindhoven en omgeving, docenten van de TU/e en een docent van de Fontys Lerarenopleiding uit Tilburg. Deze kerngroep houdt zich niet alleen bezig met het ontwikkelen van nieuw lesmateriaal voor wiskunde D, voor zowel de verplichte domeinen als ook voor de Keuzeonderwerpen, maar probeert ook samen met de TU/e en Fontys Hogescholen een invulling te geven aan het samenwerkingsmodel. (De andere manier waarop een school het programma kan realiseren is het schoolmodel.)
Gedurende de scholingsbijeenkomsten van *In zee met wiskunde D* werd niet alleen het examenprogramma voor wiskunde D besproken maar gaven vakdidactici van de T(R)U's voorbeelden van lesmateriaal en mogelijke werkvormen. Dat lesmateriaal betrof de voor het vwo verplichte domeinen, Statistiek en Kansrekening, Analytische Meetkunde en Dynamische modellen, samen goed voor 320 slu. De laatste bijeenkomst werd ingevuld met nieuw ontwikkeld lesmateriaal voor het domein Keuzeonderwerp van 40 slu en werd ingegaan op hoe het domein Wiskunde in Wetenschap van 80 slu invulling gegeven kan worden. Zijdelings werd er gesproken over wiskunde D op de havo.

WD naast WB

Tijdens een van de scholingsbijeenkomsten bekroop mij het gevoel dat ik nog steeds niet echt grip had op de examenprogramma's voor wiskunde B en D, en had ik sterk de indruk dat de bijscholingsdocenten bij het presenteren van mogelijke lesvoorbeelden uitgingen van leerlingvaardigheden die de huidige 6vwo-wb12-leerlingen nog niet eens hebben. Bovendien kwam het havo-gedeelte nauwelijks ter sprake. Het bleek uit de reacties om mij heen dat ik niet de enige docent was met dat gevoel: wiskunde D moet immers náást wiskunde B gegeven worden en niet erná. Ook in de kerngroep is dit punt vaak aan de orde geweest, en bij onderwerpen waar dit mogelijk is, met name de module 'Beslissen', was dit een voorwaarde. Deze module is onder leiding van Jan Essers van de Fontys Lerarenopleiding uitgegroeid tot een volwaardig keuzeonderwerp[3]. Uitgangspunten bij het ontwikkelen van deze module waren onder andere dat deze geschikt moet zijn voor zowel havo als vwo en dat deze vrij vroeg in het tijdpad gepland kan worden. Dit is niet voor alle ontwikkelde keuzeonderwerpen mogelijk gebleken.

Naar aanleiding van deze twee schijnbaar tegenstrijdige ervaringen begon ik me af te vragen of het nieuwe wiskunde D examenprogramma wel praktisch haalbaar is, want er is veel materiaal dat ik op pas het einde van het tijdpad kan inzetten en maar heel weinig voor aan het begin. En wat kan ik er tussen plaatsen en in welke volgorde zodat mijn leerlingen niet in de problemen komen?
Al eerder was ik teleurgesteld geraakt in de manier waarop onze methode wiskunde D aanpakt. De eerste twee delen zijn namelijk havo/vwo-boeken, en dat strookte niet met wat ik uit de scholingsreeks had begrepen: voor het vwo is wiskunde D het vak om snel en gericht met abstracties te werken en voor de havo zou de invulling meer praktisch moeten zijn. Dus moest ik nu op zoek naar of een andere methode of naar een eigen invulling? Naar aanleiding van deze vragen,



samen met het feit dat wiskunde D een vak is zonder Centraal Examen, heb ik besloten de macht te grijpen, geen boek te gebruiken en er zelf iets moois van te maken.

Samenwerkings– of schoolmodel?

Daarom heb ik gedurende de voorjaarsvakantie behoorlijk wat tijd besteed aan het plannen en op elkaar afstemmen van wiskunde D en B. Al snel kom je dan voor enkele ingrijpende keuzes te staan, zoals: streven we het samenwerkingsmodel na, of het schoolmodel? Omdat je dat niet in je eentje beslist maar met de vakgroep heb ik beide opties verder uitgewerkt. De voorkeur van cTWO gaat uit naar het samenwerkingsmodel, waarin samenwerking met het wetenschappelijk en hoger onderwijs een structurele plaats heeft en dat terug te vinden is in het domein W*iskunde in Wetenschap* (WiW) voor vwo en *Wiskunde in Technologie* (WiT) voor het havo. Voor scholen die bijvoorbeeld door hun geografische ligging geen samenwerking met een universiteit of hogeschool kunnen of willen realiseren is het schoolmodel als alternatief ingevoerd. Het verschil met het samenwerkingsmodel is, dat de twee hiervoor genoemde domeinen vervangen zijn door andere verplichte domeinen: voor het vwo Complexe getallen en Dynamische modellen 2 en voor het havo Ruimtemeetkunde 2.

Overzicht programma-inhoud

Om grip op de zaak te krijgen heb ik eerst een overzicht gemaakt van het programma en de keuzes die gemaakt moeten worden (***zie de figuren 1 en 2***). In de eerste kolom staan de betreffende domeinen en subdomeinen met daarin beide modellen naast elkaar. In de tweede kolom staat in slu's de richttijd, en die heb ik vertaald naar het aantal weken dat ik ervoor kan inzetten. Voor de havo zijn dat 6 periodes van 8 weken van 4 uren, 3 contacturen (van 50 minuten) en een KWT-uur per week. In de derde kolom heb ik een inventarisatie gemaakt van lesmateriaal waarmee ik al vertrouwd ben uit eerdere programmaversies. Daarvoor heb ik de hoofdstukken van de 'oude' methode uitgezocht die horen bij dit nieuwe programma, dus voorlopig heb ik daar al ervaring in en lesmateriaal voor. Dan blijkt al heel snel dat er maar weinig subdomeinen overblijven die nieuw zijn en waarvoor ander lesmateriaal gezocht moet worden. Voor het vwo zijn dit B6, C3, D1, D2 en F, voor havo B4, B5 en D3. Maar hiervoor wordt op verschillende plaatsen nieuw lesmateriaal ontwikkeld en getest, te vinden op de site van cTWO[4], en ook Gerard Koolstra heeft een inventarisatie gemaakt op de site van de Digitale School[5]. Natuurlijk ga ik ook het materiaal van het regiosteunpunt Eindhoven gebruiken. Overigens staan in de handreiking wiskunde D van de SLO[6] ook heel veel waardevolle tips. Verder wil ik putten uit de modules van NL&T[7] en ook met dat vak samenwerken en heb ik zelf al behoorlijk veel ervaring met eigen keuzematerialen. Een nieuw element is de tv-serie Numb3rs[7] die ik in verschillende onderdelen wil inzetten ter introductie en motivatie.

Wiskunde op het SCE

De volgende stap is de invulling van het tijdpad. Om mijn uiteindelijke tijdpad (***zie de figuren 3 en 4***) te kunnen begrijpen is het nodig dat ik de organisatie van mijn school, het SCE, heel kort toelicht. Het SCE is een zeer brede scholengemeenschap met daaraan al heel lang verbonden een internationale school, het ISSE. Dit heeft geleid tot een voor vwoplus-leerlingen aantrekkelijke TweeTalige Opleiding (TTO). We gebruiken *Getal en Ruimte*. Vier jaar geleden is in de Tweede Fase periodisering en KeuzeWerkTijd (KWT) ingevoerd. Van die periodisering heeft ons vak niet zo'n last, maar in eerste instantie was de sectie wiskunde wel heel erg ongelukkig met KWT omdat van bijvoorbeeld 3 lesuren er 2 contactuur werden en het andere een KWT-uur. Daarom werd de Keuze van KWT voor wiskunde niet echt keuzevrij, er moest minstens één uur gekozen worden. Een leerling heeft 6 tot 8 KWT-uren in de week. Die voorwaarde bleek achteraf volledig overbodig en is dan ook veranderd in: er mogen hoogstens 3 KWT-uren voor wiskunde gekozen worden. De leerlingen plannen zelf nu meer wiskunde-uren in hun rooster dan het management voor de KWT-tijd. Ook de periodisering kan ik nu voor mijn karretje spannen. Elk jaar bestaat uit 4 periodes van 8 lesweken afgesloten met een toetsweek. Niet elk vak wordt elke periode gegeven. Daarom is het mogelijk om uren zo te verdelen dat wiskunde D zo laat mogelijk in het vierde jaar gestart kan worden zodat er al een bodem gelegd kan worden met de lessen wiskunde B én voor onze TTO-leerlingen de zware TTO-examens in het vierde jaar achter de rug zijn. Bovendien is er een mogelijkheid het SchoolExamen al ruim voor het CE af te ronden. Deze optie heb

VWO Wiskunde D

Jaar	Periode	Week	Domein	Subdomein	Toetsing
4	4.4	1 t/m 6	B Stat	B1: Combinatoriek B2: Kansrekening	PTA-toets
		7 t/m 8	G	WiW Onderwerp naar keuze en aanbod	Portfolio
			of F	Dynamische modellen 2	
5	5.1	9 t/m 16	C Dyn	C1: Discrete dynamische modellen C2: Continue dynamische modellen	Portfolio met inleveropdrachten
	5.2	17 t/m 22	H	Keuzeonderwerp	PO Inleveropdrachten
		23 t/	D Meetk	D1: Oriëntatie op analytische en synthetische methoden D2: Coördinaten, vergelijkingen en figuren in twee dimensies D3: Lijnen, cirkels en kegelsneden in coördinaten	
	5.3	/m 28			PTA-toets
		29 t/m 32	G	WiW Onderwerp naar keuze en aanbod	Portfolio
			of E	E1: Basisoperaties	
	5.4	33 t/m 40	B Stat	B3: Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens B4: Kansverdelingen	PTA-toets
6	6.1	41 t/m 44	C Dyn	C3: Toepassingen van discrete en continue dynamische modellen	Groepspresentatie of een soort A-lympiade / B-dag
		45 t/m 48	G	WiW Onderwerp naar keuze en aanbod	Portfolio
			of E	E2: Profielspecifieke verdieping	
	6.2	49 t/m 54	D Meetk	D4: Parametrisering D5: De ruimte D6: Toepassingen en ICT	Computerpracticum
		55 t/m 56	G	WiW Onderwerp naar keuze en aanbod	Portfolio met presentatie
			of F	Dynamische modellen 2	
	6.3	56 t/m 63	B Stat	B5: Het toetsen van hypothesen B6: Profielspecifieke verdieping	Computerpracticum

De weeknummers zijn genummerd vanaf de eerste week dat het WD-programma start.

figuur 1

Havo wiskunde D

Jaar	Periode	Week	Domein	Subdomein	Toetsing
4	4.2	1 t/m 6	B Stat	B1: Kansrekening B2: Statistiek - dataverwerking	PTA-toetsen
		7 t/	F	Keuzeonderwerp	PO Inleveropdrachten
	4.3	/m 11			
		12 t/	E	WiT Onderwerp naar keuze en aanbod	Portfolio
	4.4	/m 17	Of D	D1: Onderlinge ligging van punten, lijnen, vlakken in concrete situaties D2: Afstanden en hoeken in concrete situaties	
		18 t/m 23	B Stat	B3: Kansverdelingen	PTA-toetsen
5	5.1	24 t/m 29	C Ana2	C1: Afgeleide functies 2 C2: Evenredigheidsverbanden	PTA-toetsen
		30 t/	E	WiT Onderwerp naar keuze en aanbod	Portfolio
	5.2	/m 35	Of D	D3: Coördinaten en vectoren	
		36 t/	C	Of C3: Exponentiële functies	Computerpracticum
	5.3	/m 41	Ana2	Of C4: Goniometrische functies	
		42 t/m 47	B Stat	B4: Profielspecifieke verdieping B5: Toepassingen van statistische verwerkingsmethoden	Computerpracticum Inleveropdrachten

De weeknummers zijn genummerd vanaf de eerste week dat het WD-programma start.

figuur 2

ik jammer genoeg niet voor elkaar gekregen, omdat de lesuren dan voor de docenten en de leerlingen wel erg ongelijkmatig over het jaar verdeeld worden. Voor het vwo betekent dit 4 slu per week in 8 perioden (64 weken): 4.4, 5.1, 5.2, 5.3, 5.4, 6.1, 6.2 en 6.3 (5.1 betekent: periode 1 in leerjaar 5) en voor het havo 4 uren per week in 6 perioden (48 weken): 4.2, 4.3, 4.4, 5.1, 5.2 en 5.3. Deze 4 slu worden vertaald in 1 KWT-uur en 3 contacturen, geroosterd in een blok van 2 en een apart contactuur.
De keuze voor het samenwerkingsmodel ligt voor het SCE voor de hand. Al jaren volgen leerlingen de masterclasses, vaak aan de TU/e, maar ook aan de Universiteit van Tilburg of de Radboud Universiteit Nijmegen, zowel van wiskunde als van andere vakken. Een extra voordeel is dat de havo/vwo-locatie op maximaal 10 minuten fietsen van de TU/e en diverse Technische Hogescholen van Fontys ligt. Over het vwo-samenwerkingsmodel maak ik me geen zorgen; de TU/e denkt erover de masterclasses in een driejaarlijkse cyclus aan te bieden en biedt daarnaast practica aan die in overleg gepland kunnen worden. Ik maak me meer zorgen over de samenwerking met de hbo's; daar zit in het zuiden maar een klein beetje ontwikkeling in en die komt van de Lerarenopleiding van Fontys.
Een persoonlijke hobby van me waaronder zowel de sectie als de leerlingen lijden, zijn Praktische Opdrachten. Daardoor hebben we in de loop der jaren een enorme hoeveelheid bronnen verzameld die buiten het programma vallen en waarmee ervaring is opgedaan. Een en ander is weer toepasbaar in de verschillende toetsvormen, in Domein A en het Keuzeonderwerp. Omdat we nu de PO's zo aanbieden dat de leerlingen de mogelijkheid hebben zelf hun onderwerp te kiezen en leerstof door te werken waarvoor ze belangstelling hebben, willen we dat ook het Keuzeonderwerp leerling-afhankelijk is.

Het tijdpad maken

Terug naar het tijdpad. Om dit te kunnen maken zijn de volgende overwegingen van belang.

Met betrekking tot het vwo

- Start met een deel van Kansrekening en Statistiek omdat daarvoor alle benodigde wiskundige vaardigheden al behandeld zijn.
- Ook het wiskunde B programma wijzigt; de start van de differentiaalrekening uit het nieuwe B-programma moet naar voren gehaald worden en in het vierde jaar worden behandeld.
- Vrij snel na de start heb ik het Keuzeonderwerp gepland, als motivatie om wiskunde D te kiezen. (Dit is eventueel te ruilen met WiW, in verband met nog niet te plannen masterclasses e.a.)
- WiW wordt opgedeeld in meerdere parten zodat ook ingegaan kan worden op de actualiteit en het aanbod (en rekening gehouden kan worden met onze stageweek in vwo-5).
- De meetkunde staat bijna helemaal achteraan, omdat daarvoor veel van wiskunde B behandeld moet zijn. Ook hiervoor moeten er onderwerpen in het wiskunde B programma verschoven worden.
- Daarna in de laatste periode toch de 'makkelijke' Statistiek omdat alle ogen in periode 6.3 al gericht zijn op het CE en de SE-vakken eigenlijk al afgesloten horen te zijn.

Met betrekking tot de havo

- Start met een deel van Kansrekening en Statistiek omdat daarvoor alle benodigde wiskundige vaardigheden al behandeld zijn.
- In het wiskunde B programma worden de hoofdstukken van de analyselijn naar voren gehaald.
- Vrij snel na de start het Keuzeonderwerp als motivatie om wiskunde D te kiezen – eventueel te ruilen met WiT, in verband met nog niet te plannen masterclasses en/of eventuele e-learning modules. (Over die laatste is nog niet veel bekend, maar er wordt over gedacht door enkele hbo's.)
- WiT wordt opgedeeld in meerdere parten zodat ook ingegaan kan worden op de actualiteit en het aanbod (en rekening gehouden kan worden met de stageweek in havo-4).
- Bijna helemaal op het einde Toegepaste Analyse omdat daarvoor veel van wiskunde B behandeld moet zijn.
- Daarna in de laatste periode toch de 'makkelijke' Statistiek omdat alle ogen in periode 5.3 al gericht zijn op het CE en de SE-vakken eigenlijk al afgesloten horen te zijn.

Al deze overwegingen leveren dan het tijdpad op zoals afgebeeld in ***figuur 3 en 4***.
Keuzeonderwerp en WiW respectievelijk WiT zijn in onderdelen verwisselbaar; voor havo zijn B-stat-B3 en C-Ana2-C1/C2 verwisselbaar afhankelijk van de voortgang van het wiskunde B programma. In de laatste kolom heb ik genoteerd welke toetsingsvorm ik wil gaan gebruiken, een onderwerp (en een artikel) op zich…
Zo is er na lang wikken en wegen, veel overleg, onderzoek en scholing een overzicht ontstaan van hoe wij het op het SCE eigenlijk graag zouden willen organiseren. Dit programma is goedgekeurd door de sectie. Zo hebben we een mogelijk scenario. Hoe het uitwerkt zal in de praktijk moeten blijken; daar kan ik over 3 jaar pas antwoord op geven. Voor mezelf heb ik wel het antwoord gevonden op de vraag of het nieuwe wiskunde D programma praktisch haalbaar is: het is een uitdaging en ik denk dat het gaat lukken.
Ik ben klaar voor *DéStart op het SCE.*

Noten

[1] (red.) Door het Platform Bèta-Techniek gekozen als school die mag deelnemen aan het Universum Programma (zie *www.universumprogramma.nl*).
[2] *www.win.tue.nl/wiskunded/*
[3] *www.win.tue.nl/wiskunded/?q=filebrowser/Beslissen*
[4] *www.ctwo.nl/wiskundeD*
[5] *www.digischool.nl/wi/wid.html*
[6] *www.slo.nl/themas/00158/00002/*
[7] *www.betavak-nlt.nl/*
[8] *www.weallusematheveryday.com*

Over de auteur

Marianne Lambriex is docent aan het Stedelijk College Eindhoven. Eerder was ze ook docent aan de Fontys Lerarenopleiding. Zij is bestuurslid van de NVvW, verantwoordelijk voor de jaarvergadering/studiedag en lid van de nomenclatuurcommissie.
E-mailadres: *mlambriex@stedelijkcollege.nl* of *m.lambriex@nvvw.nl*

VWO

Domein	SLU	Mogelijk lesmateriaal
Domein A: Vaardigheden A1: Algemene vaardigheden A2: Wiskundige en natuurwetenschappelijke vaardigheden A3: Wiskundige vaardigheden		Geïntegreerd in de andere domeinen
Domein B: Statistiek en kansrekening B1: Combinatoriek B2: Kansrekening B3: Ordenen, verwerken en samenvatten van statistische gegevens B4: Kansverdelingen B5: Het toetsen van hypothesen B6: Profielspecifieke verdieping	160 ±24 weken	Oud materiaal uit het gemeenschappelijke deel van klas 4 vwo A/B of nieuw materiaal vwo A Oud materiaal van vwo B1 of A12 Blik op medische (*) of technische statistiek; aflevering van Numb3rs (**)
Domein C: Dynamische modellen 1 C1: Discrete dynamische modellen C2: Continue dynamische modellen C3: Toepassingen van discrete en continue dynamische modellen	80 ±12 weken	Oud materiaal vwo A12 Oud materiaal vwo B1 NL&T-module of cTWO-module
Domein D: Meetkunde D1: Oriëntatie op analytische en synthetische methoden D2: Coördinaten, vergelijkingen en figuren in twee dimensies D3: Lijnen, cirkels en kegelsneden in coördinaten D4: Parametrisering D5: De ruimte D6: Toepassingen en ICT	80 ±12 weken	Mbt. Analytische Meetkunde lesmateriaal van cTWO Oud materiaal vwo B1 Oud materiaal vwo B12 Aflevering van Numb3rs
Domein H: Keuzeonderwerp (of ander vakonderdeel) De onderwerpen worden gekozen door de school en kunnen, indien de school daarvoor kiest, voor elke kandidaat verschillend zijn.	40 ±6 weken	Zebra-boekjes TU/e materiaal zoals Beslissen, Cryptologie, Complexe getallen PO-opdrachten (SCE)

of Schoolmodel			*of Samenwerkingsmodel*	
Domein E: Complexe getallen E1: Basisoperaties E2: Profielspecifieke verdieping **Domein F: Dynamische modellen 2** Profielspecifieke verdieping	TU/e materiaal Complexe getallen Powersim materiaal gebruikt bij biologie en natuurkunde	80 ±12 weken	**Domein G: Wiskunde in wetenschap (WiW)** De onderwerpen worden gekozen door de school in samenwerking met een instelling voor Wetenschappelijk Onderwijs.	Masterclass Onderzoeksopdracht HBO E-modules

(*) Bijvoorbeeld: dr. A. v. Oosterom, dr.T.F. Oostendorp: *Medische Fysica* (ISBN 90-352-2353-5), gebruikt aan Radboud Universiteit.
(**) Numb3rs: *www.weallusematheveryday.com*

figuur 3

HAVO

Domein	SLU	Mogelijk lesmateriaal
Domein A: Vaardigheden A1: Algemene vaardigheden A2: Wiskundige en natuurwetenschappelijke vaardigheden A3: Wiskundige vaardigheden		Geïntegreerd in de andere domeinen
Domein B: Statistiek en kansrekening B1: Kansrekening B2: Statistiek - dataverwerking B3: Kansverdelingen B4: Profielspecifieke verdieping B5: Toepassingen van statistische verwerkingsmethoden	120 ±18 weken	Oud materiaal havo B of nieuwe havo A delen nieuw materiaal havo A oud materiaal havo B1 Blik op medische (*) of technische statistiek Zebra-boekjes geschikt voor havo of aflevering van Numb3rs (**)
Domein C: Toegepaste analyse 2 C1: Afgeleide functies 2 C2: Evenredigheidsverbanden of C3: Exponentiële functies / of C4: Goniometrische functies	80 ±12 weken	Oud materiaal havo B1 en B12 Grafiekenprogramma's
Domein F: Keuzeonderwerp De onderwerpen worden gekozen door de school en kunnen, indien de school daarvoor kiest, voor elke kandidaat verschillend zijn.	40 ±6 weken	Aangepaste Zebra-boekjes, PO-opdrachten (SCE) Of TU/e materiaal zoals beslissen, het begin van cryptologie Het begin van Complexe getallen

of Schoolmodel			*of Samenwerkingsmodel*	
Domein D: Ruimtemeetkunde 2 D1: Onderlinge ligging van punten, lijnen, vlakken in concrete situaties D2: Afstanden en hoeken in concrete situaties D3: Coördinaten en vectoren	Oude delen B12 Hawex-boekjes Materiaal vectoren nog zoeken,	80 ±12 weken	**Domein E: Wiskunde in technologie (WiT)** De onderwerpen worden gekozen door de school in samenwerking met een instelling voor Hoger Onderwijs	Masterclass Onderzoeksopdracht HBO E-modules

(*) Bijvoorbeeld: dr. A. v. Oosterom, dr.T.F. Oostendorp: *Medische Fysica* (ISBN 90-352-2353-5), gebruikt aan Radboud Universiteit.
(**) Numb3rs: *www.weallusematheveryday.com*

figuur 4

Carmen van den Boom 'Docent 2007'

INTERVIEW

[Hans Daale]

Carmen van den Boom geeft wiskunde aan het Bonaventura College in Leiden en is uitgeroepen tot 'Docent 2007, gekozen door leerlingen'. De verkiezing daarvoor, waarbij leerlingen uit het gehele land op hun favoriete leraar konden stemmen, werd georganiseerd door het NCRV-radioprogramma *Bring it on!* en de website *www.scholieren.com*. De uitslag werd 1 juni bekend gemaakt in het Eindexamenjournaal. In totaal waren er ruim 1200 docenten door zo'n 25.000 leerlingen genomineerd.

Carmen heeft eigenlijk de race om de titel Docent 2007 gewonnen door met haar leerlingen allerlei opdrachten uit te voeren waarbij wiskunde op een creatieve en ludieke wijze werd gebruikt. Zo moesten ze bijvoorbeeld bij Carmen thuis een chocolade-tulband maken, maar wel met de opdracht om te bezien wat de vergrotingsfactor van het gebruikte materiaal na het bakken was. Daarbij kwamen zaken als 'pi' en 'derdemachtswortels' voorbij, nogal lastig voor leerlingen uit de tweede klas, maar al bakkend en rekenend lukte het uiteindelijk toch de opdracht tot een goed einde te brengen.

Ook het feit dat de drie meisjes van haar persoonlijke 'promoteam' –want zo'n clubje heb je wel nodig– met steun van een van de vaders een flitsende website hadden gebouwd en compleet gevuld, heeft duidelijk aan het succes bijgedragen. De website *www.carmengaathetmaken.nl* is het bekijken waard.



Inleiding

Als je 'docent van het jaar' wilt worden, aan welke criteria moet je dan voldoen? Een poging daartoe: 30 jaar jong zijn, vier jaar voor de klas staan, van het vrouwelijke geslacht zijn en… het vak wiskunde geven. Carmen van den Boom voldoet aan deze eisen en werd na een heftige afvalrace begin juni in het laatste Eindexamenjournaal op de televisie uitgeroepen tot Docent 2007. Ook wiskundedocenten kunnen dus populair zijn!

Aanleiding genoeg om Carmen te bezoeken, zo tegen het eind van het schooljaar, bij het Bonaventura College in Leiden. Bovendien leek het mij interessant om aan zo iemand te vragen wat er nog te wensen valt, met zo'n titel op zak. *'Minister van Onderwijs lijkt me wel wat, om hard aan de slag te gaan met alles wat nu zoal speelt: leraarschap, rekenen en wiskunde, noem maar op.'* Het zou dus wel eens kunnen dat we veel van Carmen gaan horen, met een dergelijke ambitie.

We hebben afgesproken in de docentenkamer, het kloppend hart van elke school. Een aantal minuten na de pauzebel schuift Carmen bij me aan, zo te zien helemaal niet uitgeput na haar lessen die morgen. Namens de redactie van Euclides geef ik haar, mét de mondelinge felicitaties, ook wat bonbons van *Puccini* uit Amsterdam. Logisch, gezien haar passie voor chocolade en alles wat je kunt bakken met chocola erin, zoals valt te lezen op haar eigen website. 'Hé, bedankt, precies de soorten die ik lekker vind!' Gokje van mijn kant, geef ik eerlijk toe.

Pabo

We komen overeen het niet over al te ernstige en diepgravende zaken te hebben, maar ja, er is net van alles in de media te doen over het rekenen op de pabo. Daar kunnen we niet omheen voordat we het over Carmen zelf gaan hebben.

Het rekenprobleem lijkt me nou echt zo'n onderwerp waarover iedereen op school over praat en dan zeker de leerlingen. 'Eigenlijk is het bij ons niet zo'n thema. Ik heb vorig jaar gewoon maar eens die toets, zoals die in HP De Tijd stond, in mijn brugklas afgenomen. Dus dan heb je het over het niveau van groep 8. Mijn leerlingen konden die toets gewoon maken. Geen probleem.' Dat had je zeker een bijzondere groep, van het gymnasium? 'Nee, een gewone gemengde klas, dus niet de groep die het sowieso wel kan.'

Maar het gaat in dit geval eigenlijk over leerlingen, studenten, die in de loop der jaren het rekenen verleerd zijn, zo lijkt het. 'Het gaat vaak om leerlingen die naar de pabo gaan via het mbo. Ook veel allochtone meisjes, en dan is het misschien toch ook wel een probleem met de *taal*. Ik bedoel, als het gaat om contextsommen, dan hebben ze er veel moeite mee.' Nu wordt her en der geroepen dat we door die toets misschien wel een heleboel potentiële leraren voor de basisschool gaan missen. 'Jawel, maar ik denk dat je toch goed moet kunnen rekenen voor die baan en dan mag je ook eisen stellen aan de kwaliteit, vind ik.'

Leraar worden

Het aantal studenten dat kiest voor de wiskunde en dan ook nog eens voor het leraarschap, is niet erg groot. Dan moet je wel een sterke motivatie hebben om die kant op te gaan. Ik ben dus benieuwd hoe dat met Carmen is gegaan. 'Ik heb op twee rooms-katholieke basisscholen gezeten, waarbij ik heel goed rekenen en taal heb geleerd, als ik er nu zo op terugkijk. En daarna heb ik zeven jaar over het gymnasium in Bergen op Zoom gedaan, met een keertje blijven zitten in de vijfde. Nou is het echt niet zo dat mijn docenten mij op die school hebben geïnspireerd om later iets met wiskunde te gaan doen. Overigens, mijn ouders gaven allebei wiskunde, maar ook dat was geen reden voor mij om die kant op te gaan. Wat ik wel van thuis meekreeg was dat mijn moeder heel enthousiast bezig was, zoals ze met haar leerlingen omging. Zo hield ze barbecues bij ons thuis, met de klas waarvan ze mentor was. Mijn vader is nu gepensioneerd, en mijn moeder wilde graag weer gaan lesgeven op Curaçao. Maar dan kwam ze gewoon weer in schaal nul, omdat ze onze diploma's daar niet erkennen. Om dan weer in Nederland aanvullende diploma's te gaan halen, daar had ze echt geen zin in. Terwijl ze lesgeven superleuk vindt.'

Het lijkt mij een situatie die bij Carmen tot niets anders kon leiden dan tot het leraarschap wiskunde. 'Nee, toch niet. Zoals gezegd, ik voelde me helemaal niet speciaal aangetrokken tot wiskunde als vak op zich. Ik ben eerst economie gaan studeren, bij de UvA in Amsterdam. Maar ja, daar bleek dat ik toch de wiskundige zaken en de boekhoudvakken, dus waarbij je moest rekenen, de leukste onderdelen van die studie vond. Trouwens, als ik toen meer had geweten welke studies er allemaal zijn, had ik misschien wel actuariaat gedaan, of iets met Operational Research of Bestuurlijke Informatiesystemen. Dus toch maar gestopt met economie en verder gegaan met wiskunde, en ik bedacht vervolgens dat ik er ook in wilde gaan lesgeven… Daarom ben ik na zo'n anderhalf jaar overgestapt naar de EFA, de lerarenopleiding van de HvA.'

In mijn herinnering moest je jaren geleden een tijdlang twee vakken doen bij een tweedegraads lerarenopleiding. 'Klopt. Als dat in mijn studietijd nog zo was geweest, had ik er Nederlands bij gedaan. Dat vind ik ook een leuk vak, waarmee ik echt iets heb. Je vindt het natuurlijk ook veel bij wiskunde terug, in veel van de opgaven. Het is best leuk om een bepaald begrip uit te leggen, bijvoorbeeld als ze zo'n woord als 'quorum' in een sommetje tegenkomen. Neem je ook iets mee om hun taalvaardigheid te vergroten.'



Status gebruiken

Ik kan me voorstellen dat iemand die als 'Docent 2007' een zekere status heeft verworven, na de zomervakantie als een soort ambassadeur namens de organisatie door het land trekt, om het docentschap te promoten. Dat doen ze toch ook met Miss Holland en dat soort verkiezingen? Hebben ze met jou iets afgesproken, bijvoorbeeld dat je je ergens voor moet gaan inzetten? 'Nee, helemaal niks. Eigenlijk is het gewoon die verkiezing, en vervolgens overgaan tot de orde van de dag. Tenminste, zover ik het nu kan overzien.' En het Ministerie van OCW, dat zou toch iemand die zoveel aandacht van leerlingen heeft gekregen best kunnen vragen voor bepaalde projecten of voor een leuke, aansprekende promotiecampagne? Je hebt immers aangetoond kennelijk iets met wiskunde te doen dat aanslaat bij leerlingen. 'Ik zou best iets willen doen daarmee, om erover te vertellen hoe ik het doe. Wat -denk ik- de leerlingen erg aanspreekt is dat ik vaak werk met voorbeelden, gewoon uit mijn eigen leven. Ik heb het laatst in de klas gehad over combinatoriek, en dan zeggen getallen en zo niet zoveel. Maar als je dan begint over zes paar schoenen, twaalf truitjes en nog veel meer andere soorten kleding, dan merken ze hoeveel combinaties er wel niet mogelijk zijn. En dan zeg je tegen de jongens: begrijp je nou waarom wij als meisjes altijd zo lang 's morgens bezig zijn om iets leuks bij elkaar te zoeken? Nou, dan vergeten ze zoiets nooit meer.'

Op dat moment gaat de telefoon in de docentenkamer ('Carmen, voor jou, iemand die je wat wil vragen'), alsof de duvel ermee speelt. Want als ze weer aanschuift aan tafel heeft ze haar eerste opdracht als Docent 2007 kennelijk binnen. 'Een verzoek van een bureau dat studiedagen voor het bedrijfsleven en het onderwijs organiseert, of ik in december kan optreden, met een cabaretier, op een dag voor docenten. Ze wisten me dus wel te vinden…' Kijk, zo werkt het toch kennelijk.

Imago

We hadden het al over de pabo, maar het schijnt dat het de komende jaren steeds moeilijker zal worden om jongeren te interesseren voor het vak van leraar. 'Dat is echt een probleem, dat klopt. Aan het begin van het schooljaar zijn er nog wel mensen te krijgen, maar *tijdens* het schooljaar wordt het gewoon heel erg moeilijk. Maar ja, kennelijk is het voor velen een hondenbaan. Ik heb

een leerling in havo-3 die mij laatst vroeg: “Waarom doet u dit, u kunt toch wel iets beters krijgen?”’
Er is dus iets mis met het imago, op een of andere manier. ‘Ja, dat denk ik wel. Misschien is dat al zo’n twintig jaar geleden begonnen, toen steeds meer docenten als een soort hippie voor de klas stonden, wat betreft kleding en zo. En toen kwam ook nog eens de HOS, dus minder salaris voor beginnende leraren. De werkdruk is ook echt hoog met 32 leerlingen in een klas. Om dan in 45 minuten een klas nog iets te leren, dat is hard werken. Ik zit tot vijf uur op school, en dan heb je nog de ouderspreekavonden, open dagen, noem maar op. Geen wonder dat wij, docenten, toch naar een vakantie toeleven. Dan krijg je van die verhalen in de docentenkamer over: hoeveel weken moet jij nog, wanneer is de laatste les, wat moet jij nog allemaal doen, wanneer ga jij weg…’
Mijn ervaring is dat wiskundedocenten ook nog eens een eigen categorie vormen, met alle gevolgen van dien. ‘Merk ik ook. Je wordt eigenlijk niet zo gauw door leerlingen ergens voor uitgenodigd. Ik wil ook wel eens mee naar een excursie in Berlijn of zo! Kennelijk ben je een apart type docent… Zoals een leerling eens tegen mij zei: “U rekent waarschijnlijk ook altijd de kassabonnetjes goed na…”’ Dus?
‘Misschien zouden we als wiskundeleraren ook eens zo’n grappig boekje moeten maken over wat we meemaken in de klas, met bijzondere en vreemde berekeningen die leerlingen toepassen en gebruiken. Net zoiets als dat boekje *I always get my sin* met krom Engels.’ Dus laten zien dat wiskunde ook leuk kan en mag zijn. Misschien een suggestie voor minister Plasterk voor zijn campagne om meer leerlingen te interesseren voor het vak van leraar. En dan kan de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren wellicht zo’n actie aanvullen voor wiskunde…
‘Je moet wel echt van kinderen houden als leraar, en veel affiniteit met ze hebben. En weet, wat je als leraar links en rechts moet doen en regelen. Het is ook een beeld dat leerlingen hebben. Kort geleden sprak ik een meisje in vwo-5 dat eerst wel leraar wilde worden en die zei dat ze het toch maar niet deed. Ik moet maar eens vragen waarom ze van gedachten is veranderd…’

Loopbaan

Het is bekend dat veel jonge leraren niet meer van plan zijn om hun hele leven als docent voor de klas te gaan staan. ‘Ik heb ook al een keer gesolliciteerd bij de NS, dus ik kijk ook wel af en toe naar een baan buiten het onderwijs. Het moet dan nog wél steeds iets zijn met wiskunde, met dingen als logistiek en planning.’ De dienstregeling in elkaar zetten, en fors verbeteren? ‘Ja, zoiets. Of bij KPN. Ik zou in ieder geval geen directeur van een school willen zijn, of leergroepcoördinator. Dat trekt me dus niet.’ Dan maar minister van onderwijs worden, maar dan moet je de politiek in… ‘Dat lijkt me wel wat [lacht]. Maar ik beweeg me op dit moment in de politiek alleen maar op neutraal terrein, dus dat wordt dan ook weer moeilijk.’
Carmen is tweedegraads, dus een studie voor de eerstegraads bevoegdheid ligt voor de hand. ‘Daar ben ik al een tijdje mee bezig, want ik wil ook graag lesgeven in de bovenbouw. Net zo goed als de derde klas iets anders is dan de eerste klas, lijkt me een examenklas best spannend.’
Ook de sfeer op het werk is essentieel voor Carmen. ‘Hoe je met collega’s omgaat, hoe je als persoon bezig bent, ook onderling en naar leerlingen toe. Nu sta ik natuurlijk bij iedereen bekend in de school om mijn baksels. Als ik jarig ben, trakteer ik mijn klassen. “Heb je haar weer met die muffins”, hoor je dan. Ik heb deze week de leerlingen van mijn vwo-4, die ik dus niet meer in hogere klassen kan lesgeven, bij wijze van afscheid op gebak getrakteerd. De avond daarvoor was ik heel laat thuisgekomen van een uitje met havo-3, maar ja, dan ga ik toch maar aan de slag. En de conciërge en het secretariaat krijgen natuurlijk ook al altijd iets, want daar heb ik echt veel aan.’

Dating

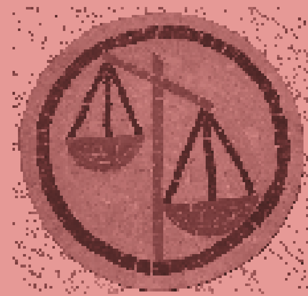
Tot slot nog even terug naar het onderwerp waarvoor we hier om tafel zitten. Internet heeft, zo kun je eigenlijk wel stellen, een belangrijke rol gespeeld in deze uitverkiezing. Het campagneteam van Carmen heeft een website opgezet, heel professioneel, zodat iedereen met eigen ogen kon constateren wat zij zoal deed. Opvallend vond ik de oproep van die meiden om ‘een man voor Carmen’. Heeft dat nog iets opgeleverd? ‘Nou, er zijn wel docenten geweest die mij naar aanleiding van de website een mailtje hebben gestuurd. En daarbij zaten ook wiskundecollega’s, met wie ik vervolgens heb gemaild. Binnenkort heb ik een afspraak met een man die ook wiskunde geeft…’ Zullen die leerlingen opkijken als hun website straks ook nog blijkt te hebben gefungeerd als datingsite.

Over de interviewer

Hans Daale is lid van de redactie van Euclides. Hij is betrokken bij allerlei projecten in het hoger beroepsonderwijs, onder meer rond de aansluiting op het hbo.
E-mailadres: *daale-zwol@planet.nl*

Feiten en meningen

[Pauline Vos]



Bewijzen en voorbeelden geven

Wiskundigen beschouwen een uitspraak als geldig, als deze is voorzien van een bewijs. Dit wil niet zeggen dat de wiskunde uitsluitend uit bewijzen bestaat. We kunnen ook vermoedens formuleren, mooie toepassingen geven en uitspraken uitleggen waardoor ons inzicht verbetert. Maar de algemeen geaccepteerde methode binnen de wiskunde om resultaten weer te geven is met een geformaliseerde stelling, verbonden aan een correcte logische afleiding en gebaseerd op algemeen aanvaarde axioma's.
In veel andere wetenschappen kan men zich niet bedienen van formele definities, noch van strikt logische, deductieve redeneringen. Dat geldt met name voor de menswetenschappen en dus ook voor de vakdidactiek. Toch kunnen we binnen de vakdidactiek zorgvuldig redeneren én zelfs wetenschappelijk verantwoord bezig zijn.

In het Engels bestaat er een mooi onderscheid tussen '*proof*' en '*evidence*'. Het eerste woord heeft betrekking op de wiskunde en op de rechtszaal. Zijn er op het slachtoffer DNA-sporen van de verdachte gevonden? Dan geldt dit als 'proof' (keihard bewijs) van hun ontmoeting. Beweert een derde persoon, dat hij de verdachte en het slachtoffer samen heeft gezien? Dan geldt dit als 'evidence' (getuigenis). Bij een 'proof' heeft de tegenpartij geen antwoord meer, bij 'evidence' is de getuigenis overtuigend, maar kan de tegenpartij nog gaan sputteren.

Zorgvuldig uitgevoerd vakdidactisch onderzoek is 'evidence-based' en houdt vaak een slag om de arm. Als je mensen en hun handelen correct wilt beschrijven, moet je namelijk voorzichtig zijn. Ik geef een voorbeeld.
Op 1 juli 2005 schreef Mark Opmeer, destijds wiskundepromovendus aan de Rijksuniversiteit Groningen, op het Forum van de NVvW over universitaire didactici:
De didactici vinden wiskunde niet leuk. Ze zijn meestal zo snel mogelijk gestopt met wiskunde, zijn daarna even wiskundeleraar geweest en vonden dat ook niet leuk. Nu hebben zij er een dagtaak van gemaakt om anderen te vertellen hoe zij onderwijs moeten geven (…). *Inhoudelijk verschillen zij amper met elkaar van mening* (*al vinden zij zelf van wel*)*, ze volgen gewoon de laatste didactische mode* (*tegenwoordig met kreten als: competentiegericht, portfolio, ICT, constructivistisch*).
We zien hier het probleem van definitie en generalisatie. Als je het over mensen en hun gedrag hebt, kun je niet strak wiskundig formuleren. Zou Opmeer met 'didactici' ook Hans Freudenthal, gerenommeerd hoogleraar in de Topologie, bedoelen? Passen binnen deze omschrijving ook de diverse gepromoveerde wiskundigen aan de wiskundeleraren-opleidingen? Als je een generalisatie niet kunt onderbouwen, dan krijg je al snel platitudes.
Gelukkig verscheen op 20 januari 2007 een bijdrage in de Volkskrant van diezelfde Opmeer, inmiddels lid van de Vereniging Beter Onderwijs Nederland (BON) en universitair docent in Californië, over hoe een discussie over onderwijs gevoerd diende te worden. Niet met gevoelsargumenten en kretologie, maar wel met feiten en argumenten die worden gefundeerd met onderwijsresultaten.

Maar hoe verkrijg je in het onderwijs argumenten die op feiten gebaseerd zijn? Toetsen en enquêtes leveren 'harde' informatie, maar ook het directe contact met leerlingen kan belangrijke argumenten opleveren. Dit is wat alle docenten dagelijks ervaren. Alleen is het uitschrijven van de belevenissen zeer tijdrovend. Het wordt slechts door een enkeling gedaan. Hans Freudenthal observeerde zijn kleinzoon Bastiaan, Joop van Dormolen zat achterin de klas bij zijn stagestudenten en Jan van Maanen verhaalt over zijn bijlesleerlingen. En gelukkig lezen we in onze *Euclides* interessante verhalen over wiskundelessen. Deze verslagen van authentieke gebeurtenissen leveren geen bewijs, maar ze laten zien hoe leerprocessen kunnen werken en deze voorbeelden geven een goede basis voor vakdidactische discussies.

Volgens een gerenommeerde onderzoeksbijbel [1] kan men op een verantwoorde wijze wetenschappelijk onderzoek doen naar *case studies*. Het is dan noodzakelijk dat dit gebeurt in een 'natuurlijke omgeving' met spontane gebeurtenissen waarbij de onderzoeker zich openstelt voor alle mogelijke uitkomsten.
In de internationale onderzoeksliteratuur is er de beroemde casus *Benny* [2]. Benny was twaalf jaar en leerde rekenen/wiskunde met een lesmethode voor zelfwerkzaamheid. Hij stond bij zijn lerares te boek als goede leerling, omdat hij bij de meeste opgaven (over breuken) het correcte antwoord gaf. Stanley Erlwanger interviewde Benny en schreef diens uitspraken letterlijk uit. Hieruit bleek, dat Benny zelf rekenregels had verzonnen om breuken op te tellen - zijn methode was fout. Hij beschouwde wiskunde als een vak waar je steeds opnieuw moest raden naar regels voor de juiste antwoorden. Erlwangers artikel laat zien hoe leerlingen met wiskunde kunnen worstelen en hoe 'begrijpen' iets anders is dan 'de juiste antwoorden geven'. Benny legde een getuigenis af. Geen bewijs, maar wel 'evidence'.

Noten

[1] David Krathwohl (1998): *Methods of Educational and Social Sciences Research*. New York: Longman.
[2] S. H. Erlwanger (1973): *Benny's conception of rules and answers in IPI Mathematics*. In: *Journal of Children's Mathematical Behavior*, jaargang 1, nummer 2.
Dit artikel is herdrukt in het boek *Classics in Mathematics Education Research* van de Amerikaanse vereniging van reken/wiskundedocenten, NCTM.

Over de auteur

Pauline Vos was wiskundelerares en werkt nu aan de Rijksuniversiteit Groningen, waar zij onderzoek doet naar het wiskundeonderwijs.
E-mailadres: *f.p.vos@rug.nl*

Een reactie

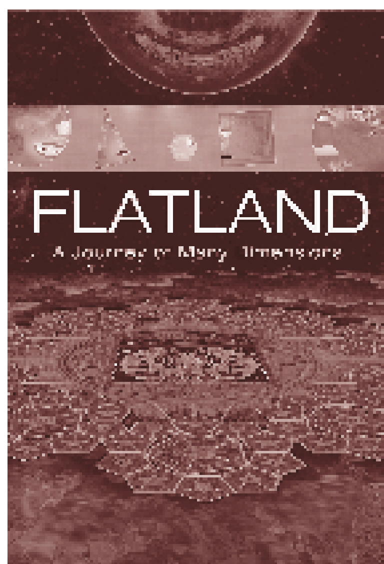
De redactie vroeg Mark Opmeer om een korte reactie op de bijdrage van Pauline Vos.
Hij schreef:
"Ook een stellige uitspraak in de menswetenschappen laat uitzonderingen toe. Mijn uitspraak over 'de wiskundedidactici' doet dit ook. Waar ik op wilde wijzen is dat 'wiskundedidacticus' een beroep aan het worden is dat volledig losstaat van het bedrijven van de wetenschap wiskunde en van lesgeven in wiskunde. Dit leidt tot een gevaarlijk groepsdenken dat niet gecorrigeerd wordt door de realiteit."

Bespreking / Flatland op DVD

FLATLAND THE MOVIE, A JOURNEY OF MANY DIMENSIONS

[Marjan Doijer-Hoving en Sonja Tieck-Muller]

Producer: Seth Caplan
Regie: Jeffrey Travis, Dano Johnson
Cast: Martin Sheen, Kristen Bell, Joe Estevez, Michael York e.v.a.
Gebaseerd op het boek van Edwin A. Abbott (1884)
Uitgebracht door Flat World Productions, LLC, 2007
Special Educational Edition incl. schoollicentie, werkbladen, interviews en complete tekst van het oorspronkelijke boek: $ 120,00
Editie voor privé-gebruik: $ 29,95
Informatie en bestellingen: www.flatlandthemovie.com



Het verschijnen van de dvd *Flatland The Movie* was voor ons de aanleiding om eerst het boekje *Flatland* van Edwin A. Abbott te lezen. Dit boek is een klassieker en voor het eerst verschenen in 1884.

Het boekje – inhoud

Flatland: A Romance of Many Dimensions is een vertelling over het land van twee dimensies. De inwoners van Flatland zijn lijnstukken, gelijkbenige driehoeken, gelijkzijdige driehoeken, vierkanten, regelmatige vijf-, zes-, zeven- en andere veelhoeken, en cirkels. In deze wereld wordt je status bepaald door het aantal hoeken dat je hebt; hoe groter het aantal hoeken, des te belangrijker je bent. De lijnstukken –de minst belangrijke soort– zijn vrouwen, maar ze zijn wel het gevaarlijkst! Als een lijnstuk recht op je afkomt, is het vrijwel onzichtbaar, maar het kan je wel doorboren.
De inwoners van Flatland kunnen elkaar niet van boven of onderen bekijken, want dan zou er sprake zijn van een derde dimensie. Ze zien elkaar alleen van de zijkant en dus als lijnstukken: stel je voor dat een vierkant op tafel ligt en je houdt je oog op de hoogte van de tafelrand dan zie je geen vierkant maar slechts een lijnstuk. De bewoners van Flatland weten met wie ze te maken hebben door te voelen of door gebruik te maken van de helderheid van het lijnstuk. Als een figuur op je afkomt met een hoekpunt naar voren, dan zie je het hoekpunt scherp en de aanliggende zijden vager. Hoe sneller de zijden vervagen, hoe scherper de hoek en des te lager de status.
Het verhaal van Flatland wordt verteld door een vierkant dat eerst uitgebreid beschrijft hoe zijn land eruit ziet en wat de gewoontes zijn. Dit vierkant brengt in zijn dromen een bezoek aan Lineland (één dimensie). Hij beschrijft hoe geschokt hij daar is ontvangen: de Linelanders wilden niet geloven dat er naast lengte ook breedte zou kunnen bestaan. Vervolgens gaat ons vierkant een uitstapje maken naar Spaceland (drie dimensies) hoewel dit ten strengste verboden is. De geleerden van Flatland zijn van mening dat er geen derde dimensie zou kunnen en mogen bestaan…

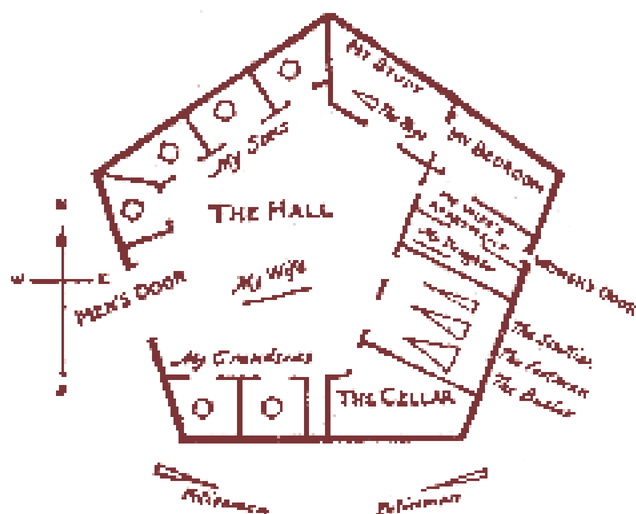
Het boekje – onze mening

Het kostte nogal wat moeite goed in het verhaal te komen. Niet omdat het wiskundig te lastig zou zijn, maar meer door de schrijfstijl. Er wordt een Engels gebruikt wat je tegenwoordig niet meer tegenkomt – logisch, want *Flatland* is in 1884 geschreven. Ook wordt er tot in detail beschreven hoe Flatland eruit ziet. Pas na ruim 30 bladzijden komt er meer vaart in het verhaal. (Het kan ook zo zijn dat er toen enige gewenning aan de stijl en taal optrad.)
Het is leuk te lezen hoe uit het oogpunt van een Flatlander gekeken wordt naar de andere dimensies. Ook de middelen die worden aangewend om elkaar ervan te overtuigen dat er meer dimensies bestaan, werken verhelderend: je kunt je na het lezen van dit boekje dan ook goed voorstellen dat er een logisch vervolg is op de derde dimensie, namelijk de vierde. Zo hoort bij:

punt	0 dimensies	$2^0 = 1$ (hoek)punt
lijnstuk	1 dimensie	$2^1 = 2$ (hoek)punten
vierkant	2 dimensies	$2^2 = 4$ (hoek)punten
kubus	3 dimensies	$2^3 = 8$ (hoek)punten
hyperkubus	4 dimensies	$2^4 = 16$ (hoek)punten (?)

Gebruik van het boekje in de klas

Flatland kan een goede voorbereiding zijn op lessen over dimensies. Aan de hand van dit boekje is het begrip 'dimensie' eenvoudig



figuur 1 Huis van een Flatlander, uit het oorspronkelijke boek

uit te leggen. Met name bij de uitbreiding tot de vierde dimensie is het boekje zeer illustratief.
Het boekje is te moeilijk voor de leerlingen van de lagere klassen; hier kun je als docent het verhaal vertellen. Het is voor te stellen dat op een school waar tweetalig onderwijs wordt gegeven het boekje bij de lessen Engels gezamenlijk wordt gelezen; de leerlingen moeten dan al wél een behoorlijke kennis van het Engels hebben. Tijdens de wiskundelessen kan er dan aandacht worden besteed aan de wiskundige aspecten. Het boekje staat in pdf-formaat op de dvd en is dus voor alle leerlingen toegankelijk.

De film – inhoud

Flatland The Movie is een animatiefilm van ongeveer een half uur over het vierkant Arthur. De film begint met een bovenaanzicht van het land, dat een beetje doet denken aan Google Earth. In vogelvlucht zien we Flatland aan ons voorbij trekken. Aangezien je kunt zien hoe alles eruit ziet, is het niet nodig alle figuren te beschrijven. De gewoontes van de Flatlanders komen, anders dan in het boekje, niet uitgebreid aan bod. Er wordt kort verteld hoe de evolutie plaatsvindt. Het politieke aspect (een totalitair systeem) komt duidelijk tot uitdrukking. Flatland wordt geregeerd door cirkels, met The Priest als hoogste in rang. Zij bepalen de regels en de andere figuren dienen zich aan die regels te houden. De cirkels zijn op de hoogte van het bestaan van een derde dimensie maar houden deze wetenschap angstvallig geheim omdat ze bang zijn hun belangrijke positie te verliezen.

De film gaat voornamelijk over de verschillende dimensies: Pointland, Flatland, Lineland en Spaceland. Het blijkt voor de bewoners van de verschillende werelden erg moeilijk zich voor te stellen dat er nog een extra dimensie zou bestaan. Arthur heeft echter te maken met zijn kleindochter Hex (zij is een zeshoek, een hexagon) die erg nieuwsgierig is en op onderzoek uit gaat naar het bestaan van een eventuele derde dimensie. Dit brengt Hex en Arthur in de problemen omdat dit ten strengste verboden is.

De film – onze mening

Flatland The Movie is een fraai vormgegeven flitsende animatie. Er zit vaart in het verhaal, de verschillende dimensies worden duidelijk uitgelegd. In een klein half uur krijg je een goed beeld van het begrip dimensie. Het verhaal is spannend, en dit wordt versterkt door de muziek. De theorie is beperkt, de visualisatie werkt verhelderend (***zie figuur 3***).
Een punt van kritiek is het soms door elkaar gebruiken van de begrippen Noord-Zuid en boven-onder, maar echt storend is het niet. Je kunt kiezen voor een Engelstalige ondertiteling, hierdoor is het allemaal gemakkelijker te begrijpen. Toch zul je de leerlingen van te voren wel een aantal wiskundige termen in het Engels moeten geven.

figuur 2 Huis van een Flatlander, uit de film

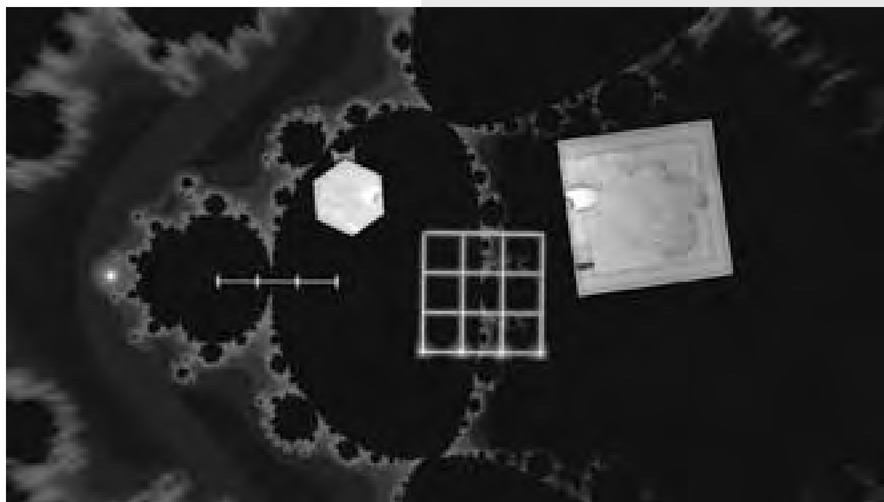


Gebruik van de dvd in de klas

Leerlingen die een beetje Engels kennen, kunnen deze leuke en duidelijke film goed volgen.
Op de dvd staat ook een gesprek met de bekende meetkundige Thomas Banchoff over de vierde dimensie. Op eenvoudige wijze legt hij uit hoe je je een voorstelling zou kunnen maken van de vierde dimensie. Dit interview is de moeite van het bekijken waard. Ook zeer geschikt voor leerlingen.
Zowel op de dvd als op de website staan werkbladen die horen bij de film. Deze werkbladen zijn erg duidelijk en een mooie aanvulling op de film en het boekje. De werkbladen op de dvd hebben als onderwerpen de hyperkubus, de formule van Pick, polygonen (veelhoeken) en de oppervlakte van polygonen. Deze werkbladen zijn in het Engels, maar de taal is waarschijnlijk geen probleem voor de leerlingen en anders zijn ze eenvoudig te vertalen.
De film kan als inleiding of illustratie fungeren; verdieping is wenselijk. De docent zou zelf de dvd wiskundig kunnen toelichten. In combinatie met het interview van Banchoff en/of het laten maken van de werkbladen kan zo een goed begrip van hogere dimensies aangebracht worden.

Vervolg op pagina 39 >>

Vervolg van pagina 37.



figuur 3 Dimensie-visualisatie

Verschil boek en film
In tegenstelling tot de film komt het boek traag op gang. In het boek hebben de vrouwen de laagste rang (lijnstuk) en ze komen ook nooit hoger. Omdat het aantal hoeken ook de hoogte van de intelligentie aangeeft, worden vrouwen dus als dom beschouwd. Een opmerkelijk verschil tussen film en boek is de positie van vrouwen: in de film kunnen ze ook voorkomen als hogere polygonen en zijn ze gelijkwaardig aan mannen. In de film hebben ze van de slimme kleinzoon juist een kleindochter gemaakt.
(Het boekje was mede maatschappijkritisch bedoeld, als satire op de toenmalige Victoriaanse samenleving met de ondergeschikte rol die vrouwen daarin hadden. Abbott had juist veel contact met en sympathie voor vooruitstrevende vrouwelijke intellectuelen uit zijn tijd, en zijn beschrijving van de behandeling van vrouwelijke Flatlanders was dan ook satirisch bedoeld.)
In het boek zijn de cirkels zelf niet op de hoogte van het bestaan van een derde dimensie en dus willen ze er niets over horen, in de film echter zijn ze wel op de hoogte maar houden ze deze kennis verborgen voor ‘de gewone bevolking’.
Voor leerlingen is de film boeiender dan het boek.

Afsluitend
De dvd met de film *Flatland, a journey of many dimensions* is een welkome aanvulling op het boekje. Door de film is de theorie van het boekje toegankelijk gemaakt voor leerlingen.
Vóór je tot aanschaf van de dvd overgaat, is een bezoekje aan de website *www.flatland-themovie.com* de moeite waard. Naast een korte beschrijving van het verhaal geeft deze website veel andere informatie en kun je je aan de hand van de trailer een beeld vormen van de film. Op de website staat ook vermeld hoe je de dvd kunt bestellen.

Over de recensenten
Marjan Doijer en Sonja Tieck zijn beiden wiskundedocent aan het Carmelcollege Emmen, school voor vmbo, havo, vwo en tto.
E-mailadressen: *mdoyer-hoving@carmelemmen.nl* en *stieck-muller@carmelemmen.nl*

Verschenen /

Een gezonde geest

Uit de inleiding:
‘Pseudowetenschappen horen bij de journalistiek als parasieten bij de sloot. Wie herinnert zich niet hoe gretig, enkele decennia geleden nog maar, kranten schreven over de Verschrikkelijke Sneeuwman, over vliegende schotels en het monster van Loch Ness. Al die onzin deed de befaamde astronoom en doorgewinterde scepticus Carl Sagan ooit waarschuwen: “Extraordinary claims require extraordinary evidence”: wie met buitengewone beweringen komt, moet ook buitengewoon bewijsmateriaal hebben. En dat geldt ook voor gewone wetenschap.’
‘Een gezonde geest’ is voor het grootste deel een bloemlezing uit de Volkskrantrubriek ‘Twijfel’. De nadruk ligt op medisch nieuws. De auteur stelt daarbij allerlei onjuist of dubieus gebruik van onder meer elementaire statistiek aan de kaak.
Hans van Maanen ontving in 2007 twee prijzen voor wetenschapsjournalistiek, van zowel de KNAW (Van Walreeprijs) als van NWO (Eurekaprijs).



Ondertitel: Meer rafelranden van de wetenschap
Auteur: Hans van Maanen
Uitgeverij Contact, Amsterdam (2007)
ISBN 978 90 254 1789 5
Prijs: € 14,90 (224 pag.)

Eerste NLT-modules gecertificeerd



[Brechje Hollaardt]



Op donderdag 21 juni zijn de eerste NLT-modules gecertificeerd. Op KSG De Breul in Zeist ontvingen auteurs van deze modules een certificaat uit handen van Harrie Eijkelhof, voorzitter van de Stuurgroep NLT.

Eenderde van de havo/vwo-scholen (171) start dit schooljaar met het nieuwe bètavak Natuur, Leven en Technologie (NLT). NLT is een profielkeuzevak voor de natuurprofielen op havo en vwo. Het vak bestaat uit een aantal domeinen, zoals voor havo *Taal van de natuurwetenschap*, *Bedreiging en behoud van de leeromgeving*, *Opsporen en beschermen*, en voor vwo *Fundament van wetenschap en technologie*, *Aarde en klimaat*, *Biofysica, -chemie en -informatie*.

Het vak is modulair opgebouwd. Havo-leerlingen volgen maximaal 8 modules (320 slu), vwo-leerlingen maximaal 11 (440 slu). Scholen kunnen binnen zekere grenzen kiezen welke modules ze leerlingen zullen aanbieden.
Tientallen scholen, alle universiteiten met bètaopleidingen en een aantal hogescholen en kennisinstituten werken aan de modules. In vier golven worden ze ontwikkeld. De eerste golf modules, 14 in totaal, is getest op een kleine 30 scholen. Het Landelijk Ontwikkelpunt NLT, de Stuurgroep NLT en externe experts hebben ze beoordeeld op inhoud en didactiek.

De zes modules die op 21 juni j.l. voor havo zijn gecertificeerd, zijn:

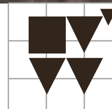
- *Aërosolen en Vuile Lucht,*
- *Wat zeg je? Een kwestie van horen en spreken,*
- *Digitale techniek,*
- *Sportprestatie,*
- *Nul Energie Huis,*
- *Forensisch onderzoek; every contact leaves a trace.*

Voor vwo werd gecertificeerd de module *Rijden onder invloed.*
De modules van de tweede golf worden in het najaar getest. In september start de derde ontwikkelgolf, voorjaar 2008 de vierde. In 2010 zijn er naar schatting 50 landelijk gecertificeerde modules.

Noot (red.)
Zie verder ook: *www.betavak-nlt.nl*, en voor de lesmaterialen: *www.betavak-nlt.nl/docent/00011/*.

Over de auteur
Brechje Hollaardt is communicatie-adviseur Landelijk Ontwikkelpunt NLT.
E-mailadres: *brechje@hypertekst.nl*





Verslag examen-besprekingen NVvW 2007

[Frank van den Heuvel]

Inleiding

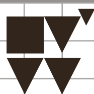
'Onderwijs, elke dag anders.' Een bekende slogan en één van de aantrekkelijke kanten van het vak. Toch zijn er ook steeds terugkerende routines en rituelen. Eén van die ijkpunten is voor mij het bijwonen (en soms ook voorzitten) van de regionale examenbesprekingen. Deze worden van oudsher door de NVvW georganiseerd en voorzien nog steeds in een redelijk breed gedeelde behoefte, zelfs in deze digitale tijden waarin het forum een steeds prominentere plaats inneemt, gezien de vele en vaak snelle discussies die losbarsten vrijwel meteen nadat de examenzaal gesloten is. Kennelijk vindt een aantal collega's het, net als ikzelf, prettig, nuttig en aangenaam om de moeilijkheden, de al dan niet relevante contexten en de verrassende oplossingen (waar het correctievoorschrift niet in heeft voorzien) met elkaar te bespreken. Ook het delen van frustraties en het luchten van je hart over de zorgen omtrent het vak kunnen op deze praatsessies een plek krijgen, alhoewel die gelukkig meestal bescheiden is.

Ik vermoed dat een groot deel van de lezers de procedure wel kent, maar de traditie schrijft voor om deze toch nog even kort te memoreren, al was het maar voor de nieuwe lezers en de vers ingestroomde collega's.
Bij het examen horen onlosmakelijk de door de CEVO vervaardigde correctievoorschriften (CV). Hoewel deze tegenwoordig niet meer standaard worden meegeleverd en wij geacht worden deze zelf vanaf het Internet of elders te bemachtigen, is de status ervan nog steeds onaantastbaar: ze zijn bindend en je mag er niet van afwijken, zelfs niet als je het er apert mee oneens bent of als je het zwaar onbillijk vindt. Dat neemt niet weg dat er soms nog ruimte zit voor interpretatie of verfijning. En juist daarbij spelen de centrale en regionale
besprekingen een belangrijke rol. Zo kort mogelijk nadat de examens afgenomen zijn, vindt er in Utrecht een centrale bespreking plaats onder leiding van een lid van de vereniging en bijgewoond door de beoogde regiovoorzitters, maar ook door een afgevaardigde van zowel Cito als CEVO. Die laatsten beperken zich tot de rol van toehoorder, maar daarin kwijten zij zich wel zeer zorgvuldig van hun taak. Anders gezegd: zij luisteren aandachtig naar de ingebrachte punten en vragen, en nemen deze ook mee in hun definitieve analyse over het examen. Ook is het mogelijk dat er naar aanleiding van hetgeen er besproken is, een aanvulling of correctie op het CV moet komen. Doel van deze bijeenkomst is verder natuurlijk om ervoor te zorgen dat we landelijk min of meer dezelfde uitgangspunten hanteren om de regionale besprekingen mee in te gaan. Van deze bespreking wordt een verslag gemaakt dat ook via de NVvW-website verspreid wordt. Puntje van discussie is wel of dit meteen na de centrale bespreking gebeurt dan wel of dit pas 'uit' gaat nadat de regionale besprekingen (vrijwel altijd meteen de dag erna) zijn gehouden. Vanuit het oogpunt van werving wordt bij voorkeur voor de laatste variant gekozen.
Van de regionale bijeenkomsten, die zowel qua bezoekersaantallen als qua karakter van de discussie vaak verrassend van elkaar verschillen, worden ook weer verslagen gemaakt. Deze gaan eerst naar de CEVO, die hier aandachtig kennis van neemt voordat de definitieve N-term wordt bepaald, en komen dan tenslotte terecht bij degene die uitverkoren is om het al even traditionele Euclides-artikel over de examenbesprekingen te verzorgen. Deze eer is dit jaar aan mij te beurt gevallen. Ik zal dus trachten om het stokje van mijn voorgangers over te nemen en u in de rest van het artikel naar eer en geweten op de hoogte te brengen van hetgeen er aan opvallende zaken dit jaar naar voren is gekomen. Het zou natuurlijk het mooiste zijn als het me zou lukken om de thuisblijvers ervan te overtuigen dat ze wat gemist hebben. Want ik hoop oprecht dat deze mooie traditie nog lang in stand gehouden kan en zal worden.

VMBO

Voor het examen vmbo-BB zijn er geen centrale of regionale besprekingen. Ik kan daarover dus ook geen algemeen beeld schetsen. Verder is het zo dat ikzelf geen ervaring heb met deze leerweg en eerlijk gezegd ook niet of nauwelijks weet hoe het er daar aan toe gaat. Dus was ik wel nieuwsgierig om eens wat grondiger te kijken naar het examen. Meteen al viel me op dat de leerlingen hier hun antwoorden op het werk zelf moeten invullen. Op zich handig en misschien ook logisch voor de doel-



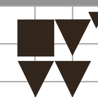


groep, maar ik vroeg me ook af of dit niet ook nogal eens leidt tot knoeipartijen en doorhalingen op het werk. Lijkt me lastig nakijken dan. Verder maar liefst 23 vragen in 6 grotere contexten. Veel en zwaar zo op het oog. Het zijn wel afwisselende contexten die denk ik wel aan zullen spreken. De champagnetoren acht ik wel bekend voor ze. Bij sommige onderdelen is het voldoende om alleen het antwoord op te schrijven zonder verdere berekening. Mij is niet direct duidelijk waarom dat zo moet zijn voor deze groep. Wij vinden het vakmatig toch altijd belangrijk om te laten zien hoe je aan een antwoord komt? Bij het examen is een aanvulling gekomen dat er bij één onderdeel (vraag 15) aan iedere kandidaat twee punten moeten worden toegekend. Dat is altijd enigszins vervelend, maar als in de tabel 'leeftijd' en 'hartslag' zijn verwisseld kun je niet veel anders. Als laatste meende ik nog te zien dat bij vraag 17 twee bladen van soort A samen gelijke afmeting hebben als één bureaublad B. Dus zou het antwoord ook anders kunnen luiden dan hetgeen in het CV wordt genoemd. Op zich niet erg, dat komt vaker voor, maar bij andere onderdelen is er wel aandacht voor verschillen in mogelijkheden. Waarom hier dan niet?

Over naar het vmbo-KB werk. Uit de verslagen komt vooral naar voren dat men het examen (veel te) zwaar vond. Met name uit Rotterdam was de kritiek niet mals (vanwege de overlap gold dit tevens voor het GL/TL-examen). Deze betrof zowel de hoeveelheid tekst en de moeilijkheid daarvan als ook de keuze voor sommige contexten die bij de leerlingen onbekend zijn (kabelbanen en bergwandelingen) of zelfs aversie oproepen (sauna met tekeningen), met name bij allochtone of islamitische leerlingen. Ook over de spreiding wordt gemopperd: het domein meetkunde is te groot in vergelijking met rekenen. Dat het examen afsloot met een 6-puntsvraagstuk (volgens Rotterdam geheel uit den boze) ontmoette ook veel kritiek. In Alkmaar werden dit 6 verloren punten genoemd.

Door een elftal personen werd de enquête ingevuld. Niet verrassend zal zijn dat de overgrote meerderheid vond dat het niveau te hoog was (80%), het aantal routinevragen te laag, de leesbaarheid slecht en de omvang te groot (alle drie: 82%). Over de spreiding waren de meningen verdeeld: iets minder dan de helft slecht, de rest vond het voldoende. Het verschil met het GL/TL-examen vond 80% voldoende. Voor dit examen is de N-term op 2,5 uitgekomen. Of dit een hoogterecord is, weet ik niet; wel is duidelijk dat men op de besprekingen de zwaarte goed heeft ingeschat.

Als laatste het TL/GL-werk. Hierin zien we voor een deel dezelfde contexten terug als in het KB-examen. Ook hier wordt dus gevolleybald, maar de service wordt nu geslagen vanaf één meter achter de achterlijn in plaats van erop. Dat maakt het mijns inziens ook net weer een beetje lastiger, zoals dat hoort. Ook de vaas (die volgens velen moeilijk exact te onderscheiden was), het wandkleed en de helikopters komen terug. Wel in een andere volgorde opvallend genoeg. Bij de helikoptersom vroeg ik me af waarom er naar 'plaats A' gevlogen moet worden in opgave 22 in plaats van gewoon naar Utrecht of desnoods De Bilt. Ze vertrekken toch ook niet 'uit B' maar 'uit Amsterdam'? En verder viel me op dat bij de koers van vraag 23 de 170° met de klok mee gemeten wordt. Misschien logisch vanuit de gewoonte N-O-Z-W, maar voor mijn gevoel tegen de meer wiskundige traditie van positieve oriëntatie van hoeken juist tegen de klok in. Hierover zijn overigens geen opmerkingen gemaakt bij de besprekingen, dus kennelijk leefde dit daar niet zo.
Wat ook gelijk was aan het KB-examen, was het gevoel dat het een zwaar en vooral veel te 'talig' examen is. 52 van de 54 geënquêteerden vonden het zwaarder dan vorig jaar. Men is met name bevreesd voor de grote hoeveelheden tekst. Verzuchtingen als: 'het moet geen begrijpend lezen worden' laten dan zien waar de schoen schijnt te wringen. Overigens kwam uit Zwolle ook het geluid dat men wel blij was met een wat hoger niveau van het examen. Alleen was men daar bang dat de leerlingen hier niet goed op voorbereid waren als ze geoefend hadden met de examens van de jaren hiervoor. De mening over de spreiding over de stof was verrassend gespreid: evenveel scores waren er voor slecht gespreid als voor goed (ieder 22 keer genoemd). Men vond de opgaven origineel (47 keer goed en 10 zelfs te hoog), maar was weer verdeeld over de keuze van het startvraagstuk (11 × slecht, 12 × matig, 35 × goed). 37 personen vonden de leesbaarheid slecht en 22 keer vond men de omvang te veel (niemand vond dit te gering). Vanuit KB-perspectief werd het verschil tussen KB en TL/GL veelal goed gevonden; de docenten TL/GL die zich hierover uitspraken vonden dit verschil daarentegen in meerderheid juist te klein (8 van de 14 antwoorden).
Ten aanzien van de vormgeving van het werk kwam vanuit Rotterdam de opmerking dat er op beide bladen van de bijlage ruimte moet zijn om naam (en examennummer) in te kunnen vullen. Geen overbodige luxe vind ik, het zal je maar gebeuren dat de boel per ongeluk door de war raakt!
In Rotterdam vond men ook dat de tekening bij volleyvraag 3 niet verhelderend was of iets toevoegde. Integendeel, men vreest dat leerlingen hierdoor op het spoor van Pythagoras gezet kunnen zijn. De opgaven over het wandkleed werden over een breed front maar matig gewaardeerd. Vanuit meerdere besprekingen is de vraag gesteld of de notatiewijze voor de hoek van opgave 13 nog wel bekend verondersteld mag worden. Deze schijnt in ieder geval niet in alle methodes meer voor te komen! Verder constateerde men in Zeist dat de leerlingen bij deze context veel gebruik hebben gemaakt van schaalberekeningen. Het vermoeden is dat dit niet de opzet van de makers van het examen is geweest. Men heeft behoefte aan meer duidelijkheid hierover in de vraagstelling van het werk zelf. In Zwolle zag men bij deze opgave een duidelijk stapeleffect vanwege de lengte. De kans bestaat dan dat



leerlingen onderweg afhaken als ze in het begin ergens vast lopen. Ook hier had men een opmerking over de hoeveelheid schaalberekeningen. Rotterdam wilde nog een stapje verder gaan bij opgave 18. Zij doen het voorstel aan de CEVO om dit onderdeel in zijn geheel te schrappen omdat je zo'n vraag 'de leerlingen niet aan kunt doen'. Als afsluiter wil ik u de suggestie uit Groningen niet onthouden: zij vragen of het mogelijk is om via het correctievoorschrift de collega's in den lande te wijzen op de besprekingen. Zij hopen hiermee de afkalvende belangstelling in hun regio een halt toe te kunnen roepen. Wat vindt de CEVO hiervan, denkt u?

HAVO A12

De 54 deelnemers aan de enquête gaven dit examen een dikke voldoende. Er waren wel collega's die het niveau te laag (9× genoemd) en/of het aantal routinevragen te hoog (10× genoemd) vonden, maar in het algemeen kon men goed leven met dit werk. In Groningen was er één opvallende aanwezige; een docent in opleiding die verplicht aanwezig moest zijn. Is dit een idee voor alle opleidingsinstituten? Zowel uit Groningen als Amsterdam en Den Haag kwam de observatie dat de kwaliteit van het leerlingenwerk in het tweede gedeelte sterk terugviel. Volgens Amsterdam mogelijk vanwege verlies aan concentratie, in Den Haag weet men dit aan het feit dat het toen 'echte wiskunde' werd. De startvraag en -context werden gewaardeerd, alhoewel men vond dat er veel met tijden gerekend moest worden. Bij het 'goedkoop vliegen' ging de discussie vooral over de onderdelen 7 (welke eisen mag en moet je stellen aan een cumulatief frequentiepolygoon?) en 9 (is deze manier van vraagstelling naar een verwachtingswaarde wel herkenbaar voor de leerlingen?). In Den Haag was men bozig over de milde straf voor het rekenen met het getal 0,61 bij de opgave over de Duitse euromunten. Volgens hen een begripsfout die zwaarder bestraft zou moeten worden. De context over de printerinkt riep hier en daar vragen op. Vraag 15 werd herkend als voorkomend in de boeken (maar men schatte ook in dat de leerlingen dit niet meer zouden weten). Bij onderdeel 17 is het verschil tussen de beschikbare 69 miljard codes en benodigde 2683 miljoen codes wel heel erg groot. En bij vraag 19 waren er twijfels over de realiteitswaarde van de vraag. Met name of het gebruik van printerinkt lineair afhangt van het aantal te drukken pagina's wordt ter discussie gesteld. De som over het differentiëren leverde nauwelijks commentaar op. Zwolle noemde de rol van de afgeleide marginaal, Amersfoort vond de functie V wel erg gemakkelijk.
Nog twee vermeldenswaardige zaken van algemene aard:
1. Er was (weer) veel discussie over het al dan niet expliciet vermelden van het gewenste aantal decimalen. Deze richtingenstrijd steekt elk jaar toch weer de kop op. Den Haag had het in dit kader over 'de slinger van de tijd' die nu juist weer pleit voor het wél vermelden van het gewenste aantal decimalen.
2. In dit examen werden de economische contexten gemist.
De N-term voor dit examen is bepaald op 1,4.

HAVO B1/B12

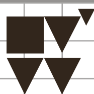
Ook deze twee examens konden er qua niveau mee door, alhoewel de tevredenheid over het B12-werk iets groter was dan over het B1-examen. Bij B1 antwoordde een vrijwel constante groep (steeds 13 of 14 van de ruim 30 antwoorden) dat de spreiding slecht was, dat er te weinig routinevragen bij waren en dat het aantal GR-vragen te groot en (dus?) het aantal algebraopgaven te klein was. Rotterdam pleit ervoor om nog eens te kijken naar de formulering van de enquêtevragen: zij vinden het woordje 'te' in 'te laag' etc. niet altijd op zijn plaats. Men vond ook deze werken weer erg 'talig'. Dus te veel overbodige tekst die de leerlingen op een dwaalspoor brengt en een slechte verhouding tussen tekst en feitelijke vragen (bij het pakjesspel). En zowel Zwolle als Den Haag vond dat een zuiver wiskundige opdracht zoals de laatste van het B1-werk juist niet op het einde geplaatst zou moeten worden. In Zwolle heeft men stilgestaan bij het gebruik van de term 'met behulp van differentiëren' en wat hieronder verstaan moet worden. Volgens hen staat het woord differentiëren niet als zodanig in de nomenclatuur. Ook de formulering bij opgave 19 van B1 ontmoette weinig enthousiasme. In één zin de woorden 'onderzoek' en 'exact' opnemen schept verwarring bij de leerlingen omdat deze tegenstrijdige indicaties bevatten over het al dan niet gebruiken van de GR. En wat vindt u? Is er een wezenlijk verschil tussen 'bereken de exacte lengte van' en 'bereken exact de lengte van'? In Den Haag en Rotterdam vinden ze van wel. De opmerking uit Den Haag dat ze het gevoel hebben dat de normering gemaakt is door iemand die zelf niet voor de klas staat, laat ik veiligheidshalve maar voor hun rekening.

Nog een paar specifieke zaken over het B12-werk:
- Het werken met twee verschillende startwaarden voor het tellen van de jaren

maximumscore 4
- [illegible]
- [illegible]
- [illegible]

figuur 1 Uit het correctievoorschrift HAVO B12 (De wet van Moore)





in de som over de Wet van Moore vond men flauw en wiskundig zelfs dubieus.

- Amersfoort en Rotterdam merken terecht op dat de antwoorden in het CV bij opgave 3 niet tussen haakjes hadden mogen staan omdat daar in de som expliciet ('Rond af op twee decimalen') naar gevraagd wordt (***zie figuur 1***)
- Er was kritiek op de figuur bij opgave 17. Deze was erg klein en lastig af te lezen. Men had deze graag wat groter gezien op de uitwerkbijlage. Een extra complicatie hierbij vormen de dyslectische leerlingen. Zij krijgen een vergrote afdruk van de opgaven, waardoor de schaalverhouding verandert. Een uitwerkbijlage daarentegen krijgen ze op origineel formaat, daar had dit probleem zich dus niet voorgedaan.
- De slotvraag leverde wel erg veel punten op. Veel leerlingen zijn hier of niet meer aan toegekomen, of ze waren hierbij aan het eind van hun Latijn.

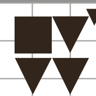
Het niveauverschil tussen het B1- en het B12-examen werd door diegenen die zich hierover hebben uitgesproken als volgt gescoord: 1× te gering, 9× goed en 3× te groot. Alleszins aanvaardbaar dus zo te zien. Ook in de N-termen was er uiteindelijk een verschil: 0,7 voor B1 en 1,2 bij B12.

VWO A1/A12

Hoeveel deelnemers er bij de besprekingen zijn geweest is niet exact te achterhalen. Ik heb (maximaal) 53 antwoorden ontvangen op de vragen over het A12-werk. Bij de A1-vragen was de maximale respons 42 scores. Dat hier overlap bij zit, is wel duidelijk, maar wie durft in te schatten hoe groot die is? Zou je hier leerlingen iets over durven laten zeggen? Lijkt me maar beter om dit niet op een examen te doen!
Opvallend veel collega's (55%) vonden het A12-werk van een te laag niveau. Over het A1-examen was 88% tevreden. De omvang van allebei de werken werd door een kwart als te veel gescoord. De leesbaarheid scoorde twee keer een percentage van rond de 20% slecht. Het aantal vragen waarbij de GR gebruikt mag worden werd door 36% van de A12-collega's te hoog gevonden. Bij A1 was dit slechts een schamele 5%.
De contexten bij deze examens gingen o.a. over verkiezingen, groenbeleggingen en appreciatiewaarde van rechthoeken. Geen dagelijkse kost voor de leerlingen lijkt me, maar wel passend bij vwo toch?
Er wordt gesproken over een onevenwichtig examen (Amsterdam), met zowel heel flauwe vragen als ook lastige. De eerste vragen van het werk waren onder de maat, zodanig zelfs dat men dacht dat zeker de A12-leerlingen niet zouden kunnen geloven dat het zo makkelijk was. Ook bij deze examens is gediscussieerd over aantallen decimalen en afronding (4 keer moeten straffen is wel erg veel).
Bij A1 was de opgave over de verhoudingen en de gulden snede kennelijk nogal weerbarstig voor de leerlingen. Veel en lastige tekst, met daarbij de opmerking dat leerlingen soms wel de berekeningen hadden kunnen uitvoeren maar dat men grote twijfel had of ze de antwoorden zelf wel hadden 'begrepen'.
Amsterdam meldde een zeer vervelend lay-outprobleem. In de huidige examens wordt er een ander lettertype gebruikt voor de tekst dan voor de formules. Dit heeft o.a. tot gevolg dat het cijfer 1 twee verschillende manieren van schrijven heeft. Dit heeft bij een kandidaat er toe geleid, dat die de '1' uit de formule voor de appreciatiewaarde (***zie figuur 2***) aangezien heeft voor de letter 'l'. Niet helemaal ondenkbaar als er sprake is van lengtes en breedtes, maar de som is daarmee niet meer te maken natuurlijk. Sneu voor de leerling en misschien ook niet erg handig, maar het kan natuurlijk niet de bedoeling zijn dat de lay-out van het examen dit soort verwarring oproept.
In Amsterdam is volgens het verslag 'fel' gediscussieerd over de continuïteitscorrectie (over tradities gesproken!). In het CV van A1 staat hierover bij opgave 12 wel een opmerking, bij A12 opgave 18 weer niet. De achtergrond daarvan is niet duidelijk. Waar in Groningen iedereen ervan overtuigd bleek dat bij het toetsen H_0 en H_1 expliciet moeten worden genoemd, werd vanuit Zwolle juist gevraagd naar richtlijnen hiervoor. Amersfoort vond opgave 13 van A12 te lastig qua formulering en aanpak. Leerlingen wisten niet wat te doen. Enige verwijzing naar een richting van aanpak was volgens hen wenselijk geweest.
Van meerdere kanten werden kanttekeningen gemaakt over de onderwerpen die (niet) aan bod zijn gekomen. Amsterdam vroeg om een 'profielgerichte opgave', Groningen vond het jammer dat er geen economische toepassingen gebruikt zijn en Den Haag vond dat er te veel kansrekening inzat.
Zij hadden liever iets gezien met lineair programmeren en/of een opgave met een economische achtergrond.
Mij viel nog op dat de verslagen over deze examens aan de korte kant waren. Zouden ook onze collega's last hebben gehad van verzadigingsverschijnselen aan het eind van de lange examenreeks?
Aangezien ik geen opmerkingen heb ontvangen over de Compex-examens laat ik die buiten deze bespreking.

VWO B1/B12

Resten nog de B-examens vwo. De regiovergaderingen zijn hierbij druk bezocht getuige het maximum van 81 antwoorden bij de vragen over het B1-werk. Over het B12 -examen hebben 72 mensen zich uitgesproken. Het B1-examen vond men aan de gemakkelijke kant (23%: te laag niveau); over het B12-werk werd bijna unaniem tevredenheid uitgesproken (70x goed, de overige 2 keurig verdeeld over te laag en te hoog). Ook over de leesbaarheid zijn er hier nauwelijks klachten vernomen. De omvang daarentegen leverde meer problemen op. Vond 28% het B1-werk al te lang, bij B12 liep het percentage zelfs op tot 66,67% (of voor degenen die een exact antwoord prefereren: 2/3 deel van de aanwezigen gaf dit antwoord). Minder verrassend is de mening over het aantal vragen met de GR (te groot) of met algebra (te klein), alhoewel dit bij B1 duidelijk minder als pijnpunt werd genoemd (14% bij B1 versus 29% bij B12). Ook de startopgave had beter gekund (iets minder



dan 70% goed gescoord in beide gevallen). Volgens het verslag van regio Noord verliep hun bespreking in een uiterst prettige sfeer. Met daarbij de toevoeging: 'zoals gebruikelijk in deze regio'. Ik vroeg me onmiddellijk af of andere regio's er al dan niet soortgelijke mores op na plegen te houden. Zowel het examen als de besprekingen gingen meteen van start met een controversieel item. De context en het realiteitsgehalte van de opgave over de podiumverlichting stonden flink ter discussie, maar ook de beoordeling van woorden als 'tussen' en 'van … tot', eventueel in combinatie met een wiskundig correcte notatie van de oplossing van de ongelijkheid, hebben zeker niet tot consensus geleid in den lande. Iedereen is hier uiteindelijk op eigen gezag mee aan de slag gegaan. Of dit tot verhitte discussies met 2e correctoren heeft geleid is mij niet bekend.
Een vergelijkbaar dispuut deed zich voor over welke eisen er nu gesteld worden aan het gebruik van de abc-formule en de manier van opschrijven hierbij. Moet het volledig uitgeschreven zijn, moet de discriminant genoemd worden of is het al voldoende als er verwezen wordt naar de formule en die vervolgens middels een opgeslagen programmaatje met de GR wordt opgelost? Kiest u zelf maar, men is er niet uitgekomen.
Bij de som over de brievenweger werd in Amersfoort opgemerkt dat de context nagenoeg niets toevoegt aan de opgave. Zowel Amsterdam als Rozendaal ('een gênante vertoning') tonen hun verbazing over het laten meten van een hoek op dit niveau.
En van meerdere kanten was er spijt dat het antwoord $\pi/4$ als exacte uitkomst niet voldoende was om het volledige aantal

$$A = \left(\frac{1}{v} - 1\right) \cdot \log\left(1 - \frac{1}{v}\right)$$

figuur 2 Appreciatiewaarde A van een rechthoek (formule van Petrov) met v = (langste zijde)/(kortste zijde)

punten te behalen omdat er volgens de vraagstelling in 2 decimalen moest worden geantwoord (vraag 12 B1 resp. 18 B12).
Bij de krasbalopgave van het B1-examen viel men over het aantal punten voor met name opgave 13 ('maximaal een driepuntsvraag') en wist men niet altijd raad met het toekennen van een punt als er met 'heel vreemde getallen' toch was vermenigvuldigd. De sprokkel- en stapeldiscussie is immers van alle tijden. En ook hier speelde de controverse over het gebruik van de normale benadering bij een binomiaalkans weer op.
In Den Haag is opgemerkt dat *Moderne wiskunde* het woord 'richtingscoëfficiënt' niet gebruikt. Omdat het wel in het nomenclatuurrapport voorkomt, mag het toch voorkomen in de examens natuurlijk. Kent u het begrip 'karatevraag'? In Amsterdam blijkbaar wel, want men bestempelde de vraag over de lengte van een grafiek als zodanig (vraag 19 B1 resp. 12 B12). Mij is niet precies duidelijk geworden hoe het zit, maar het heeft te maken met het 'overschrijven van de formulekaart' tegenover leerlingen die hier gaan proberen te primitiveren.

Regio Noord pleit ervoor om een toevoeging uit het CV van B12 over hoe men om moet gaan met het gebruik van getallenvoorbeelden, ook bij andere examens op te nemen. Bij opgave 13 van B12 wordt gevraagd naar een exact verschil tussen twee inhouden. Zowel Noord als Amersfoort vindt het antwoord $-\pi$ hierbij zeker acceptabel. Over het plakken van driehoeken was men matig enthousiast. Men vond de normering soepel ten aanzien van het gebruik van een verkeerde startwaarde (3 in plaats van 2,7) of groeifactor (0,9 in plaats van 0,81). Ook had men liever gezien dat de finishlijn pas op 14,3 cm was getrokken; daarmee had je kunnen voorkomen dat je door simpelweg te tellen al snel over de grens komt.
De afsluitende meetkundeopgave riep tegenstrijdige gevoelens op. Een mooie opgave, dat zeker (***zie figuur 3***). Maar waarom werden er in de figuur verschillende symbolen α en β gebruikt voor hoeken waarvan de tekst al zegt dat ze gelijk zijn? Amsterdam had bij onderdeel 19 graag de formulering 'bewijs dit' gezien in plaats van het nu gebruikte 'toon dit aan'. Bewijzen is toch onderdeel van het B12-programma? Het nakijken van zo'n bewijsopgave vindt men wel lastig. Wanneer kun je wel of geen deelscores weggeven en moeten er richtlijnen komen over de gewenste lengte van een bewijs?
Bij de afsluitende vraag vond men het erg jammer dat de methode zo strikt werd voorgeschreven, waardoor leerlingen die een op zichzelf kloppend bewijs voor de bewering (middels deellijnen) hebben gegeven hier met lege handen blijven staan. Verder dacht men dat deze opgave minder goed uit de verf is gekomen omdat de leerlingen vermoeid waren na drie uur hard werken.
Tot slot nog dit: 75% van de respondenten vindt het verschil in niveau tussen B1 en B12 dit jaar goed, maar vanuit Zwolle komt de opmerking dat de B12-leerlingen op de meer specifieke B1-onderdelen dit keer maar weinig beter hebben gescoord dan hun B1-maatjes.

Tot slot
Mijn dank gaat uit naar de collega's die er ook dit jaar weer voor hebben gezorgd dat we met zijn allen kritisch blijven kijken naar niveau van en omgaan met ons vak bij de examens. Ook is het prettig te weten dat we op de bekende plekken steeds weer welkom zijn en daar goed verzorgd worden. Ik hoop dat ik voldoende recht heb gedaan aan de gemaakte opmerkingen en kanttekeningen. En ik hoop ook dat we nog in lengte van jaren door kunnen en zullen gaan met het organiseren en vooral ook bijwonen van de regionale besprekingen. Dus: Komt u al? Blijf dat dan vooral ook doen! Bent u nog niet eerder geweest of hoefde het voor u niet meer? Probeer het volgend jaar gewoon (weer) eens! Ik kan het u in ieder geval van harte aanbevelen.

Spiegeltjes op een cirkel

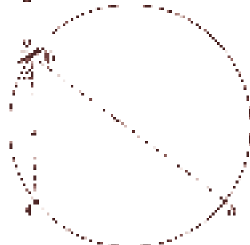
De punten A en B liggen op een cirkel.
In het punt S op de cirkel plaatsen we een vlak spiegeltje, zo dat de lichtstraal vanuit A wordt weerspiegeld naar B. De hoek α die AS met de spiegel maakt is dus gelijk aan de hoek β die BS met de spiegel maakt. Zie figuur 11.

Als we de lijn van de spiegel in S verlengen, snijdt deze de cirkel in een punt C. Zie figuur 12. Deze figuur staat vergroot op de uitwerkbijlage.

Er geldt: [illegible]

4p 19 Toon dit aan.

figuur 11



figuur 12



figuur 3 VWO-B12

Ik wil u nog één suggestie meegeven. Ik neem deze over uit het vwo-verslag van Amsterdam. Daar pleit men voor het invoeren van een symbool bij de opgaven waar het is toegestaan om een GR te gebruiken. Zou dat misschien een einde kunnen maken aan de discussies over exact en algebraïsch? Ik weet het niet, maar vind het wel een interessante optie. Wat vindt u?

Over de auteur
Frank van den Heuvel is docent wiskunde op vestiging 't Hooghe Landt van het Meridiaan College te Amersfoort.
E-mailadres: *f.vd.heuvel@hccnet.nl*

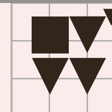
Tweede uitnodiging voor de jaarvergadering/studiedag 2007 van de Nederlandse Vereniging van Wiskundeleraren op **zaterdag 10 november 2007.**
Aanvang: 10:00 uur
Sluiting: 16:00 uur
Plaats: Anna van Rijn College, locatie Albatros; Albatros 1, 3435 XA Nieuwegein

Studiedag - Relevante wiskunde
De laatste tijd is de discussie over welke wiskunde nu echt nodig is erg heftig en zelfs doorgedrongen tot de nationale media. Deze discussie willen we op onze studiedag verder voeren. We willen antwoorden zoeken op vragen als:
- Welke wiskunde is voor de vervolgopleidingen nodig?
- Welke wiskunde gebruikt een econoom of arts?
- Welke specifieke wiskundige vaardigheden hebben ministers nodig?

Daarnaast zal er ook aandacht zijn voor actuele zaken zoals de examenprogramma's vanaf 2007 en de verdere toekomst vanaf 2010.

Kosten
De studiedag is gratis voor leden.
Leden: maak eens reclame voor de vereniging en breng een collega-niet-lid mee!
Niet-leden zijn welkom tegen betaling van een bijdrage in de kosten van € 50,00 (deze kosten kan de school betalen uit de nascholingsgelden!). Hiermee zijn zij, als ze daarvoor belangstelling hebben, tevens gratis lid van de vereniging tot 1 augustus 2008, inclusief alle faciliteiten, waaronder de 8 nummers van de lopende jaargang van *Euclides*, gratis toegang tot de regionale studiebijeenkomsten en examenbesprekingen in het voorjaar en mogelijkheid tot deelname aan de verenigingswerkgroepen.
Ook studenten zijn welkom; zij betalen € 25,00. Wie een lunch bestelt, betaalt daarvoor € 9,00.

Aanmelding
Aanmelding dient te geschieden **vóór 19 oktober 2007.**
Dit jaar gaat de aanmelding geheel digitaal via de site van de vereniging, *www.nvvw.nl.*



Jaarvergadering/ Studiedag 2007

[Marianne Lambriex]

Agenda

09:30 – 10:00u	Aankomst, koffie/thee
10:00 – 10:50u	Huishoudelijk gedeelte, met o.a. de jaarvergadering. De agenda van dit deel van de jaarvergadering is gepubliceerd in *Euclides* 82-8 (juni 2007). Een onderdeel dit jaar is de bestuursverkiezing. Marianne Lambriex is aftredend en stelt zich herkiesbaar. We stellen een herbenoeming voor. Als u zichzelf of iemand anders verkiesbaar wilt stellen neem dan contact op met de secretaris, Wim Kuipers. De rondvraag wordt weer zoals vorig jaar vóór het studiedaggedeelte gehouden. Leden die een vraag in de rondvraag willen stellen, wordt verzocht deze voor de vergadering in te dienen bij de secretaris (*w.kuipers@nvvw.nl*).
10:50 – 15:30u	Themagedeelte studiedag: ***Relevante wiskunde***. Zie verderop voor een korte beschrijving van de onderdelen van de studiedag.
10:50 – 11:00u	Inleiding op de studiedag
11:00 – 11:45u	Plenaire lezing: 'Wiskunde: weten én kunnen. Wat willen ze allemaal van ons?', door Anne van Streun.
11:45 – 12:00u	Markt/koffie/thee
12:00 – 13:00u	Werkgroepen, ronde I
13:00 – 14:15u	Lunch en markt
13:50 – 14:15u	Discussie met het bestuur over de actualiteit
14:15 – 15:15u	Werkgroepen, ronde II
15:15 – 15:30u	Markt/koffie/thee
15:30 – 15:50u	Plenaire ludieke afsluiting
15:50 – 16:00u	Sluiting door de voorzitter

Daarop staat de laatste en soms meer uitgebreide informatie over de workshops. Het aanmeldingsformulier leidt u door de vragen. Leden die een lunch willen gebruiken, maken het voor hen geldende bedrag over op giro 143917 ten name van NVvW te Dronten. Betaalt u via een gezamenlijke of schoolrekening of elektronisch, vermeld dan ook de volledige deelnemersnaam, adres en woonplaats.
Het voor u geldende bedrag kunt u aflezen uit de volgende tabel.

	zonder lunch	met lunch
Lid	website	€ 9,00
Niet-lid	€ 50,00	€ 59,00
Student (niet-lid)	€ 25,00	€ 34,00

De plaatsing in werkgroepen geschiedt in volgorde van binnenkomst van aanmelding. Deze wordt uiterlijk één week voor de studiedag bevestigd via e-mail; aan het begin van de studiedag ontvangt u een badge met uw plaatsingsgegevens. Ter plaatse aanmelden is mogelijk, echter niet wenselijk omdat bij onvoldoende voorinschrijving van een werkgroep deze niet zal doorgaan. De werkgroepleiders stellen hun tijd en inzet gratis ter beschikking en het is dan teleurstellend om voor twee personen een lange trip te moeten maken. Voor de organisatie is het van belang dat u zich op tijd aanmeldt. Wilt u toch op de dag zelf aanmelden, dan betaalt u € 20,00 extra en is het kunnen bijwonen van een werkgroep afhankelijk van de beschikbare ruimte.

Certificaat

De NVvW heeft de mogelijkheid om nascholingscertificaten uit te reiken. Wilt u een certificaat ontvangen, vermeld dan bij uw aanmelding ook uw voorletters en uw geboortedatum.
U kunt uw certificaat na afloop van de studiedag (vanaf 15:45u) in ontvangst nemen, op vertoon van een geldig identiteitsbewijs. U hebt alleen recht op een certificaat als u de gehele studiedag heeft meegemaakt. Certificaten worden niet nagestuurd.

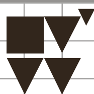
Informatie

Contactpersoon voor de jaarvergadering/studiedag is Marianne Lambriex, tel. 0497-517781 (na 18:00u), e-mail: *m.lambriex@nvvw.nl*; bij onbereikbaarheid én noodgeval Wim Kuipers, tel. 038-4447017, e-mail: *w.kuipers@nvvw.nl*.

Plenaire Lezing

Wiskunde: weten én kunnen. Wat willen ze allemaal van ons? Weten dat? Weten hoe? Weten waarom? Weten over weten?
Anne van Streun
Tegen de huidige maatschappelijke en onderwijspolitieke achtergrond gaan we aan de hand van een aantal contexten en problemen nadenken over wat wij, wiskundeleraren, eigenlijk met ons wiskundeonderwijs willen bereiken en hoe dat al dan niet in de pas loopt met wat zij (de vervolgopleidingen, de maatschappij) willen dat leerlingen gaan beheersen. Over welke parate kennis en routines (Weten dat) gaat het dan, wat moeten zij met die kennis doen of hoe moeten zij die toepassen (Weten hoe), mag of moet je ook dieper ingaan op de concepten en structuren (Weten waarom), hoe zit het met vertrouwen opbouwen, zelfkennis, eigen aanpak leren kennen, reflecteren, monitoren (Weten over weten). En als wij helder hebben wat we





voor een bepaalde groep leerlingen en met die leerstof willen bereiken, hoe doen we dat dan? Welke didactiek hoort daar dan bij? Kan dat doel bereikt worden met zelfstandig sommen maken? Of met wiskunde op afroep? Of met oefenen en oefenen op analoge opgaven? En hoe verhoudt die algemene kennis (zo iets als gecijferdheid?) zich tot al die instroomeisen die als een lawine over ons heen worden gestort? En hoe komt het dat ook leerlingen met havo A wiskunde zo matig scoren op die pabo-rekentoets van groep 8? Klopt ons programma havo A wel voor wat de maatschappij ervan verwacht? Enzovoort!

Werkgroepen

A1. Geen relevante wiskunde zonder relevant wiskundeonderwijs
Michiel Doorman, Koeno Gravemeijer
Relevant wiskundeonderwijs vraagt meer dan het afstemmen van eindtermen en notaties. In de huidige discussies over relevantie lijkt de didactiek niet (meer) van belang. We streven naar een aanpak waarbij leerlingen eerst zelf problemen op een informele wijze modelleren. Aanvankelijk is er dan geen duidelijke scheiding tussen het model en de gemodelleerde situatie. In het traject dat volgt ontwikkelen leerlingen kennis over die situatie, de daarmee samenhangende wiskunde en de manier waarop die wiskunde wordt toegepast. Dit principe is inmiddels uitgewerkt in voorbeelden die variëren van het rekenen onder de twintig tot exponentiele groei en differentiaalvergelijkingen.

A2. Dynamische Modellen, een NLT-module met erg veel wiskunde
Kees Hooyman
De NLT-module Dynamische Modellen vwo is opgezet als een startmodule waarop andere vakken zoals biologie, natuurkunde en wiskunde verder kunnen bouwen. Voor wiskunde gaat het daarbij om discrete modellen, recursieve betrekkingen, de afgeleide als veranderingsgrootheid, oppervlakteberekening als sommatie en een opstap naar differentiaalvergelijkingen. De flexibele opbouw biedt scholen de mogelijkheid om het lesmateriaal binnen één of meerdere vakken aan te bieden.

A3. Wiskunde C voor Cultuur en Maatschappij
Joke Daemen, Michiel Doorman
Wiskunde C krijgt vanaf 2011 een invulling die past bij het profiel Cultuur en Maatschappij. De werkgroep wiskunde C onderzoekt welke onderwerpen kansrijk zijn en welk materiaal reeds beschikbaar is. Hierbij kijken we naar vervolgopleidingen zoals de pabo en studies als Rechten, Geschiedenis en Letteren. We doen hier verslag van de stand van zaken en zullen enkele onderwerpen schetsen waaruit de relevantie voor het profiel C&M en voor deze vervolgopleidingen blijkt.

A4. Veranderende examens vanaf 2009 (havo) en 2010 (vwo)
Cito-medewerkers
In deze werkgroep besteden enkele Cito-medewerkers aandacht aan de gevolgen van de komende programmaveranderingen binnen de examens (havo 2009 / vwo 2010). Zowel de programmatische veranderingen voor de verschillende wiskundevakken als de gevolgen van de toegenomen aandacht voor algebraïsche vaardigheden komen aan de orde. Een en ander zal belicht worden aan de hand van de syllabi van de betreffende programma's. Hierbij zullen mogelijk enkele (voorbeeld)opgaven besproken worden.

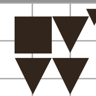
A5. Data-analyse, statistiek en kans in wiskunde A
Werkgroep Statistiek en Kans
Deze werkgroep is wel toegezegd, maar er was nog geen titel en samenvatting beschikbaar op het moment van inleveren van de kopij. De titel met eventueel meer uitgebreide samenvatting en presentatoren worden op de website van de NVvW geplaatst.

A6. Bekijk het met een andere bril
Job van de Groep
Hoe relevant is stereo in de wiskunde? Kijken met een stereobril en genieten van stereofoto's. Zijn er aandachtsgebieden waar enige kennis van de stereo van belang is? In deze presentatie wordt verteld over wiskundige aspecten en toepassingen van stereofoto's. Een fascinerend verschijnsel dat niet alleen verwondering oproept maar ook uitnodigt tot onderzoek. Het 3D-verschijnsel krijgt steeds meer aandacht in toepassingen binnen de wetenschap en het bedrijfsleven. Maar ook hier: mogelijkheden van transfer naar de lespraktijk.

B1. ReAL-project: Rekenen en algebra leerlijnen
Pieter van der Zwaart
Rekenen en algebra is hot. In de landelijke en in de vakpers duiken regelmatig berichten op over het gehoopte, maar blijkbaar niet aanwezige niveau met betrekking tot rekenen dan wel algebra op plaatsen waar daarin vaardig zijn essentieel wordt geacht.
Binnen vele activiteiten op hoog niveau is een klein project aan het werk met als kernvraag: Hoe zit het nu met die reken- en algebraïsche vaardigheden in de onderbouw van het voortgezet onderwijs? Waar zijn er concrete mogelijkheden tot verbetering?
Wij delen graag onze resultaten en ervaringen met een ieder die het beheersen van reken- en algebraïsche vaardigheden een warm hart toedraagt.

B2. Rekenen met verhoudingen, evenredigheden, procenten en formules
Kees Hooyman
Bij de vakken economie, natuurkunde en scheikunde wordt in de havo/vwo-onderbouw regelmatig een beroep gedaan op rekenvaardigheden met getallen en formules. Leerlingen vinden dit traditioneel lastig en zien vaak niet het verband tussen de vaardigheden bij deze vakken en bij wiskunde.
In het project SaLVO is lesmateriaal ontwikkeld waar die samenhang wel zichtbaar is. Meer nadruk op het begrip evenredigheid blijkt leerlingen te helpen bij het rekenen met verhoudingstabellen en formules.

B3. Games inzetten bij wiskunde
Peter van Wijk
Games werken heel stimulerend voor jon-



geren. Hoe komt dat? En zijn games ook in te zetten in de wiskundeles? Wij denken van wel. We laten een voorbeeld zien van een spel dat is ontworpen voor klas 1 en 2 met onderwerpen als meten, breuken, geldkwesties, hoeken en tijd.

B4. Is wiskunde relevant voor bingo?
Ina Klinkenberg
Op een speelse manier wordt met 100 woorden en plaatjes de wiskundige woordenschat van de basisvorming herhaald. Voor leerlingen is een spel waarin relevante wiskunde aanwezig is altijd inspirerend.

B5. Wiskunde doet mee
Johan Gademan
Relevante wiskunde voor leerlingen in het vmbo, die geen aftreksel is van de wiskunde uit het havo/vwo. Bestaat dat? En hoe ziet zoiets eruit?
Ervaringen in klas 1 en 2 op een drietal vmbo-scholen met wiskunde die themagericht ingevuld is door docenten zelf en door medewerkers van Math4all.

B6. Raamwerk rekenen/wiskunde
Monica Wijers
Voor taal bestaat het al: een raamwerk waarin op zes niveaus de taalvaardigheden van leerlingen worden beschreven op verschillende aspecten (luisteren, spreken, schrijven). Voor rekenen/wiskunde wordt zo'n document nu ontwikkeld. Het is een instrument waarmee opleidingen in algemene termen het eindniveau kunnen beschrijven. Daarmee wordt het een belangrijk middel om tussen opleidingen te communiceren over doorlopende leerlijnen. De stand van zaken wordt belicht en de meningen van de aanwezigen wordt gepeild.

B7. Relevante wiskunde in het vmbo-BB
Wim Kuipers
Welke wiskunde is voor onze zwakke leerlingen relevant? Een interactieve workshop waar we samen kijken naar de perspectieven voor de BB-leerlingen. Laten we ons handelen slechts bepalen door het examenprogramma of is er nog een andere optiek van waaruit we ons handelen mede laten bepalen? Waar zijn onze BB-leerlingen het beste mee gediend? Wellicht hebt u ervaringen waar anderen iets aan hebben!

B8. Scholenprijs
Dédé de Haan
Sinds 2002 wordt de Wiskunde Scholen Prijs georganiseerd: een stimuleringsprijs voor scholen die creatieve wiskunde 'buiten het boek om' geven. De prijswinnaars van dit jaar zullen hun projecten presenteren. Voor meer informatie: zie *www.wiskundescholenprijs.nl*. Daarnaast zullen op de markt ook veel andere inzendingen gepresenteerd worden; allemaal projecten die de moeite waard zijn om met andere scholen uitgewisseld te worden!

C1. Relevante wiskunde en de technische hbo-opleiding
Christiaan Boudri
Vanuit het perspectief van de technische hbo-opleiding (Hogeschool Arnhem-Nijmegen) zal voor het voetlicht worden gebracht op welke manier wij tegenwoordig met wiskunde omgaan, welke wiskunde wij gebruiken en verder doceren, welke beperkingen wij ervaren bij onze instroom (niet alleen van havo-zijde, maar ook van mbo-zijde), en hoe wij daarmee omgaan en in de toekomst om willen gaan.

C2. Samenhang wiskunde/natuurkunde
Wim Sonneveld, Kees Rijke
Hoe bereik je samenhang? Wiskunde en natuurkunde hebben het vaak over dezelfde begrippen en concepten maar leerlingen herkennen dat niet. Kunnen wiskunde en natuurkunde dezelfde taal gaan spreken als het gaat over functies en verbanden, over vectoren, over diagrammen en grafieken, over differentiëren en modelleren? Zodat deze vakken elkaar beter gaan ondersteunen en (meer) gaan samenwerken?
Nu er wordt gewerkt aan nieuwe programma's voor 2010 en later zijn er kansen voor een betere afstemming en meer samenhang tussen de programma's voor de exacte vakken. In deze workshop wordt op een aantal praktische punten ingezoomd.

C3. De rol van wiskunde in 'nieuwe biologie'
Leen van den Oever (CVBO)
Deze werkgroep is wel toegezegd, maar er was nog geen titel en samenvatting beschikbaar op het moment van inleveren van de kopij. De titel met eventueel meer uitgebreide samenvatting en presentatoren worden op de website van de NVvW geplaatst.

D1. De nationale kennisbank wiskunde (NKBW)
TU Delft
Deze werkgroep is wel toegezegd, maar er was nog geen titel en samenvatting beschikbaar op het moment van inleveren van de kopij. De titel met eventueel meer uitgebreide samenvatting en presentatoren worden op de website van de NVvW geplaatst.

D2. NKBW: onderzoek naar eindtoetsing VO en entreetoetsen HO
Onderzoeksgroep NKBW
Deze werkgroep is wel toegezegd, maar er was nog geen titel en samenvatting beschikbaar op het moment van inleveren van de kopij. De titel met eventueel meer uitgebreide samenvatting en presentatoren worden op de website van de NVvW geplaatst.

D3. Beroepsstandaard voor wiskundeleraren
Marianne Lambriex
Diplomering aan het einde van de opleiding is tegenwoordig niet meer voldoende om een beroepsleven lang goed te kunnen functioneren. De vrijblijvendheid rond na- en bijscholing zal ook voor (wiskunde)-docenten haar langste tijd hebben gehad. Met de invoering van de wet Beroepen in het onderwijs (Wet BIO) met ingang van 1 augustus 2006 worden op termijn formele eisen gesteld aan docenten. De NVvW speelt daarop in met een project voor beroepsstandaarden en een register in het wiskundeonderwijs. Dit is niet een op zichzelf staand project, maar wordt als pilotproject gekoppeld aan de SBL-competenties.

En reserveer in uw agenda: zaterdag 10 november 2007 - NVvW-dag

Puzzel 831

Science Explorer 3-D Magnets

[Frits Göbel]

(Waar is de tijd dat speelgoed namen als 'Hamertje Tik' had!)
Science Explorer is een doos met magnetische staafjes en stalen kogeltjes. De staafjes zijn alle even lang en ze worden in vier kleuren geleverd. In ***figuur 1*** ziet u een kogeltje en een staafje ongeveer op ware grootte. Het materiaal is bedoeld om er 2- en 3-dimensionale figuren van te maken, maar voor sommige 3-dimensionale dingen is het niet geschikt. Een kubus zakt in elkaar. Een regelmatig viervlak daarentegen lukt prima. Dankzij de kogeltjes kunnen er heel goed drie of meer gelijke polen in één punt samenkomen. Maar de kunst is om een bouwsel voldoende starheid te geven. Vlakke figuren, behalve de driehoek, zijn niet star zodra je ze uit het vlak tilt.
Door er met extra staafjes en bolletjes een 3-dimensionale figuur van te maken kun je ze star maken. Dit leidt tot aardige puzzels, die overigens heel goed kunnen worden opgelost zonder over Science Explorer te beschikken en die bovendien niet al te moeilijk zijn.

Opgave 1
Hoeveel staafjes zitten er in de kleinste starre figuur die een vierkant bevat?

Opgave 2
Maak met zo weinig mogelijk staafjes een starre figuur die een ruit met (twee) hoeken van 60 graden bevat.

De staafjes zijn geen staafmagneten; ze zijn van plastic en in ieder van de twee uiteinden zit een klein magneetje. Een gevolg is dat er drie soorten staafjes zijn: *n* (twee noordpolen), *z* (twee zuidpolen) en *g* ('gewone' staafmagneet).
Op een bepaald moment vroeg ik me af hoe je kunt weten of een uiteinde noord of zuid is. Een natuurkundige bracht uitkomst: volgens afspraak is de punt van een kompasnaald die naar het noorden wijst, een noordpool. Dat klinkt misschien triviaal, maar het betekent dan wel dat die grote magneet waarop wij rondwandelen, op de noordpool een magnetische zuidpool heeft!

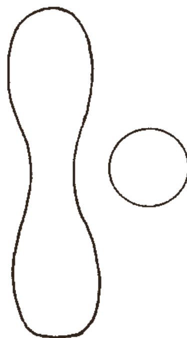
Stel je wilt een rij staafjes maken waarin een noordpool steeds aan een zuidpool grenst. En stel je wilt weten op hoeveel manieren dat kan.

Opgave 3
Bepaal het aantal mogelijke rijen van $3k$ staafjes, k van elke soort.
Wat betreft de telling: als bijvoorbeeld *ngznznzgg* zo'n rij is, dan geldt de omgekeerde rij *ggznznzgn* als dezelfde. De letters *n*, *z*, *g* stellen hier, evenals boven, staafjes voor.

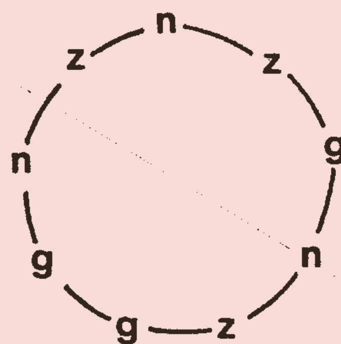
Je kunt ook ringen vormen.

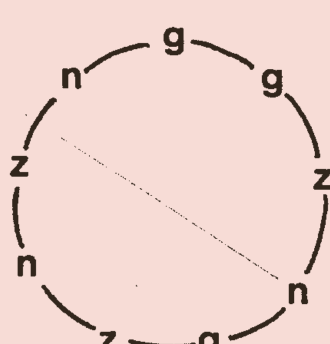
Opgave 4
Bepaal het aantal mogelijke ringen van 9 staafjes, 3 van iedere soort.
Ook hier tellen we zo zuinig mogelijk, dus de twee ringen in ***figuur 2*** beschouwen we als gelijk.

Oplossingen van de opgaven kunt u mailen naar *a.gobel@wxs.nl* of per gewone post sturen naar F. Göbel, Schubertlaan 28, 7522 JS Enschede.
Er zijn weer maximaal 20 punten te verdienen met uw oplossing.
De deadline is **1 november** 2007.
Veel plezier!



figuur1





figuur 2

Oplossing 827

De paradoxale dobbelstenen

Er waren twaalf inzenders. De eerste kwam al op 6 juni, daarna gebeurde er geruime tijd niets. Ik vreesde al dat de opgaven te moeilijk waren, maar in de laatste week voor de deadline kwamen er nog elf oplossingen binnen.

Opgave 1 is door iedereen goed opgelost. De optimale strategie voor de tweede speler kan natuurlijk niets anders zijn dan een cyclische permutatie van 1, 2, 3. De bijbehorende winstkans van de juiste keuze is $\frac{5}{9}$.

De 6-, 8- en 12-zijdige dobbelstenen gaven meer moeilijkheden. Het lijkt me triviaal dat de winstkans voor B bij de 6- en de 12-zijdige dobbelsteen niet lager kan zijn dan $\frac{5}{9}$, om de eenvoudige reden dat je de getallen van de 3-zijdige ieder tweemaal resp. viermaal kunt gebruiken! Toch waren er verschillende inzenders die hier op lagere winstkansen uitkwamen.
Een andere kwestie die tot merkwaardige resultaten kon leiden, is de volgende. Als de winstkans van B afhangt van de keuze van A (bij opgave 1 is dat niet het geval), is de uiteindelijke winstkans van B gelijk aan het *minimum* van de 3 afzonderlijke kansen, aangezien we er van uit gaan dat A de keuze van zijn dobbelsteen niet door het toeval laat bepalen, maar dat hij zo goed mogelijk tegenspeelt bij de gegeven spelregels.

Bij de opgaven is al opgemerkt dat de driezijdige dobbelstenen als volgt kunnen worden gerepresenteerd: 1,2,3,2,3,1,3,1,2. Laat $n_{i,j}$ het aantal keer zijn dat een i links van een j staat, niet noodzakelijk er naast. Dus $n_{1,2} = n_{2,3} = n_{3,1} = 5$.

Zonder de winstkans van B te verminderen, kun je buurparen 3,2 en 1,3 (en 2,1 als die er waren) elimineren. Er komt dan 1,2,2,3,3,3,1,1,2. Het minimum van $n_{1,2}$, $n_{2,3}$ en $n_{3,1}$ is ook niet toegenomen, dus de winstkans van B is nog steeds $\frac{5}{9}$.
We zien hier 5 groepjes van gelijke getallen: 1 22 333 11 2.

Opgave 2. Voor de 6-zijdige dobbelsteen kun je proberen een dergelijk rijtje van 5 groepjes te bepalen, waarin dan het aantal enen gelijk is aan 6, evenals de aantallen tweeën en drieën. Het blijkt dat de grootste winstkans van B dan weer $\frac{5}{9}$ is.
We proberen nu zes groepjes, in een symmetrisch patroon teneinde het aantal parameters in de hand te houden. Aldus:
p keer 1, q keer 2, r keer 3, r keer 1, q keer 2, p keer 3.
Er moet gelden $p + r = 6$ en $q = 3$. We kunnen nu $n_{i,j}$ in p uitdrukken:
$n_{1,2} = n_{2,3} = 3p + 18$, $n_{3,1} = (6 - p)^2$
Het minimum van deze drie is maximaal voor $p = 1$, met als resultaat een winstkans van $\frac{21}{36}$, ongeveer 0,58333. In de hierboven genoemde representatie zien de dobbelstenen er nu als volgt uit:
1 222 33333 11111 222 3.
Anders gezegd: op dobbelsteen 1 staat 1,4,4,4,4,4, op nummer 2 staat 2,2,2,5,5,5, en op nummer 3 tenslotte 3,3,3,3,3,6.
De getallen zijn hier 'opgeschoven' zodat ze zo klein mogelijk zijn.

In 2002 verblijdde Tim Rowett mij met drie dobbelstenen in de gebruikelijke kubusvorm, met, tot mijn verbazing, precies de hierboven gegeven getallen. Hij beschreef het paradoxale karakter en schreef er nog bij: 'With *two complete sets* of Magic Dice you can play an even more baffling trick on the other player.' Niet bepaald een understatement.
Het komt er op neer dat de volgorde van de dobbelstenen wordt omgekeerd in de optimale strategie.

Opgave 3. Bij 8 dobbelstenen treedt de maximale winstkans voor B weer op bij 5 groepjes. Die kans bedraagt $\frac{39}{64}$, bijna 61 procent. De dobbelstenen:
1 (3 keer), 2 (5 keer), 3 (8 keer), 1 (5 keer), 2 (3 keer).
Misschien doen de frequenties 3, 5 en 8 u aan Fibonacci-getallen denken. Het is niet toevallig dat die hier optreden. Relatief hoge winstkansen treden op als het aantal zijvlakken van een dobbelsteen een Fibonacci-getal is.
Wobien Doyer heeft bewezen dat het aantal van 5 groepjes asymptotisch optimaal is en dat de winstkans dan convergeert naar $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Bij 6 groepjes met een symmetrische rij frequenties is de winstkans in de limiet gelijk aan $\frac{9-\sqrt{17}}{8}$, ongeveer 0,60962; weer eens wat anders dan de gulden snede.

Voor de 12-zijdige dobbelsteen zijn de oplossingen van 5 groepjes niet optimaal. De beste oplossing is er een van 6 groepjes met asymmetrische frequenties:
1 (1 keer), 2 (5 keer), 3 (8 keer), 1(11 keer), 2 (7 keer), 3 (4 keer), en winstkans $\frac{88}{144}$, ruim 61 procent.

Ik heb geprobeerd het analoge probleem voor drie spelers op te lossen. Het is dan nodig dat de derde speler de twee gekozen dobbelstenen met een derde zodanig kan aanvullen dat er *verschillende* drietallen ontstaan. Hiervoor zijn vijf dobbelstenen nodig en voldoende. Ook lukte het, via een magisch vierkant van 5 bij 5, de getallen op de dobbelstenen zo te kiezen dat de derde speler een winstkans groter dan $\frac{1}{3}$ heeft. Maar hoger dan een miezerige $\frac{42}{125}$ kwam ik niet. Misschien zijn er lezers die zich uitgedaagd voelen om dit te verbeteren.

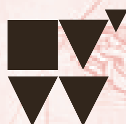
Ladderstand
De top van de ladder ziet er nu als volgt uit:
W. van den Camp 436
H.J. Brascamp 432
J. Meerhof 395
L. de Rooij 294
G. Riphagen 250
L.H. van den Raadt 178
H. Klein 155
N. Wensink 146
W. Doyer 136

SERVICEPAGINA

Voor overige internet-adressen zie
www.wiskundepersdienst.nl/agenda.php

Voor Wiskundeonderwijs Webwijzer zie
www.wiskundeonderwijs.nl

Publicaties van de Nederlande Vereniging van Wiskundeleraren



Zebraboekjes

1. Kattenaids en Statistiek
2. Perspectief, hoe moet je dat zien?
3. Schatten, hoe doe je dat?
4. De Gulden Snede
5. Poisson, de Pruisen en de Lotto
6. Pi
7. De laatste stelling van Fermat
8. Verkiezingen, een web van paradoxen
9. De Veelzijdigheid van Bollen
10. Fractals
11. Schuiven met auto's, munten en bollen
12. Spelen met gehelen
13. Wiskunde in de Islam
14. Grafen in de praktijk
15. De juiste toon
16. Chaos en orde
17. Christiaan Huygens
18. Zeepvliezen
19. Nullen en Enen
20. Babylonische Wiskunde
21. Geschiedenis van de niet-Euclidische meetkunde
22. Spelen en Delen
23. Experimenteren met kansen
24. Gravitatie
25. Blik op Oneindig

Zie verder ook *www.nvvw.nl/zebrareeks.html* en/of *www.epsilon-uitgaven.nl*

Nomenclatuurrapport Tweede fase havo/vwo

Dit rapport en oude nummers van Euclides (voor zover voorradig) kunnen besteld worden bij de ledenadministratie (zie Colofon).

Wisforta – wiskunde, formules en tabellen

Formule- en tabellenboekje met formulekaarten havo en vwo, de tabellen van de binomiale en de normale verdeling, en toevalsgetallen.

Honderd jaar wiskundeonderwijs, lustrumboek van de NVvW

Het boek is met een bestelformulier te bestellen op de website van de NVvW: *www.nvvw.nl/lustrumboek2.html*
Voor overige NVvW-publicaties zie de website: *www.nvvw.nl/Publicaties2.html*

Kalender

In de kalender kunnen alle voor wiskundedocenten toegankelijke en interessante bijeenkomsten worden opgenomen. Relevante data graag zo vroeg mogelijk doorgeven aan de hoofdredacteur, het liefst via e-mail (*redactie-euclides@nvvw.nl*). Hieronder vindt u de verschijningsdata van Euclides in de lopende jaargang. Achter de verschijningsdatum is de deadline vermeld voor het inzenden van mededelingen en van de *eind*versies van geaccepteerde bijdragen; zie daarvoor echter ook *www.nvvw.nl/euclricht.html*.

nr.	verschijnt	deadline
2	1 november	18 september
3	20 december	6 november
4	7 februari	11 december
5	6 maart	22 januari
6	17 april	4 maart
7	29 mei	8 april
8	30 juni	15 mei

vrijdag 5 oktober, Amsterdam
BWI-middag
Organisatie VU, Amsterdam
Zie pag. 20 in dit nummer.

wo. 17 t/m wo. 24 oktober, diverse locaties
WetenWeek 2007
Organisatie NCWT

donderdag 8 november, Amsterdam
Mastercourse: intrigerende paradoxen uit de kansrekening
Organisatie UvA

zaterdag 10 november, Nieuwegein
Jaarvergadering/Studiedag 2007
Organisatie NVvW
Zie pag. 46 in dit nummer.

vrijdag 23 november, op de scholen
Wiskunde A-lympiade en Wiskunde B-dag
Organisatie FIsme

zaterdag 24 november, Arnhem
Ars et Mathesis-dag
Organisatie Stichting Ars et Mathesis i.s.m. Artez

2008

zaterdag 12 januari, Utrecht
Wintersymposium KWG
Organisatie KWG

wo. 23 t/m vr. 25 januari, Noordwijkerhout
26e Panama conferentie
Organisatie FIsme

vrijdag 25 januari, op de aangemelde scholen
1e ronde Nederlandse Wiskunde Olympiade 2008
Organisatie Stichting NWO

vr. 1 en za. 2 februari, Noordwijkerhout
14e Nationale Wiskunde Dagen
Organisatie FIsme

do. 13 en vr. 14 maart, Garderen
Finale Wiskunde A-lympiade
Organisatie FIsme

do. 27 en vr. 28 maart, Noordwijkerhout
Nationale Rekendagen
Organisatie FIsme